



การประเมินและพัฒนาสู่ความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ประจำปี 2557 (TEDET)

วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ชื่อ-นามสกุล	โรงเรียน
--------------	----------

1. ให้  $x$  คือรากที่สองที่เป็นบวกของ  $(-13)^2$  และ  $y$  คือรากที่สองที่เป็นลบของ  $\sqrt{625}$  จงหาค่าของ  $x - y$

2. กำหนดให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนตรรกยะที่ทำให้  $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{2}} - \frac{4}{\sqrt{8}} + \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{6}} - \frac{18}{\sqrt{3}} = a\sqrt{2} + b\sqrt{3}$  จงหาค่าของ  $2a + b$

3. ให้  $\sqrt{800} = a\sqrt{2}$  และ  $\sqrt{0.005} = b\sqrt{2}$  จงหาค่าของ  $a^2 - 2ab + \frac{1}{b^2}$

4. เมื่อกระจาย  $(2x - y + 6)^2$  สัมประสิทธิ์ของ  $xy$  คือ  $a$  และสัมประสิทธิ์ของ  $y$  คือ  $b$  จงหาค่าของ  $a - b$

5. เมื่อแยกตัวประกอบ  $6x^2 - 7xy - 20y^2$  ในรูปผลคูณของพหุนามดีกรีหนึ่งสองตัว ถ้าผลบวกของพหุนามดีกรีหนึ่งทั้งสองตัวเป็น  $ax + by$  จงหาค่าของ  $a + b$

6. จงหาผลลัพธ์ต่อไปนี้

$$\frac{2004^2 - 1996^2}{204^2 - 196^2}$$

7. ชมรมกรีฑาต้องการส่งทีมนักกีฬาที่ประกอบด้วย โสของ วิซอล แทยอน และยองฮุน เข้าร่วมการแข่งขันวิ่งผลัด  $4 \times 100$  เมตร จงหาว่าชมรมจะจัดลำดับของนักกีฬาทั้งสี่คนนี้ลงแข่งขันวิ่งผลัดได้ทั้งหมดกี่วิธี

8. ตารางต่อไปนี้แสดงผลสำรวจหมู่เลือดของนักเรียนชั้น ม.3 ของโรงเรียนหนึ่ง

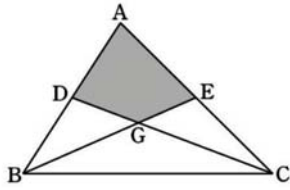
หมู่เลือด	A	B	O	AB
จำนวนนักเรียน (คน)	108	64	112	76

เมื่อสุ่มเลือกนักเรียนชั้น ม.3 ในโรงเรียนนี้มาหนึ่งคน ความน่าจะเป็นที่จะได้นักเรียนที่มีหมู่เลือด A หรือหมู่เลือด O เท่ากับ  $\frac{b}{a}$  จงหาค่าของ  $a + b$  (เมื่อ  $\frac{b}{a}$  อยู่ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ)

9. ให้พิจารณาข้อความต่อไปนี้ แล้วหาผลบวกของจำนวนที่อยู่ทางขวามือของข้อความที่เป็นจริง

- (ก) รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานด้วย ..... 2
- (ข) พหุคูณของ 3 จะเป็นพหุคูณของ 6 เสมอ ..... 4
- (ค) ตัวประกอบของ 6 จะเป็นตัวประกอบของ 12 เสมอ ..... 8
- (ง) รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วด้วย ..... 16
- (จ) รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีพื้นที่เท่ากันจะเท่ากันทุกประการเสมอ ..... 32
- (ฉ) ถ้า  $a + b$  เป็นจำนวนคู่ แล้ว  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนคู่เสมอ ..... 64

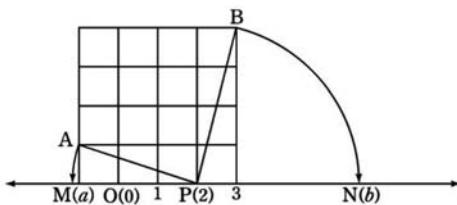
10. จากรูป กำหนดให้  $G$  เป็นจุดเซนทรอยด์ของ  $\triangle ABC$



ถ้าพื้นที่ของ  $\square ADGE$  เท่ากับ 12 ตารางหน่วย จงหาว่า  $\triangle ABC$  มีพื้นที่เท่ากับกี่ตารางหน่วย

11. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปมีด้านยาว  $a$  หน่วยและ  $b$  หน่วยตามลำดับ ถ้า  $a : b = 3 : 5$  และผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งสองรูปเท่ากับ 1224 ตารางหน่วย จงหาค่าของ  $a + b$

12. จากรูป รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเล็ก ๆ แต่ละรูปมีความยาวด้านละ 1 หน่วย เมื่อใช้จุด  $P(2)$  เป็นจุดศูนย์กลาง ในการเขียนส่วนโค้งสองเส้นที่มีรัศมียาวเท่ากับ ส่วนของเส้นตรง  $PA$  และ  $PB$  ให้ตัดแกนอนที่จุด  $M(a)$  และ  $N(b)$  ตามลำดับ



ถ้า  $(b - a)^2 = x + \sqrt{y}$  โดยที่  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนเต็ม จงหาค่าของ  $x + y$

13. ให้  $x = \frac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}$  จงหาค่าของ  $x^2 - 34x + 100$

14. ให้  $x = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$  และ  $y = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$  จงหาค่าของ  $2x^2 - xy + 2y^2$

15. ถ้าจำนวนเต็ม  $a, b$  และ  $c$  สอดคล้องกับการแยกตัวประกอบต่อไปนี้

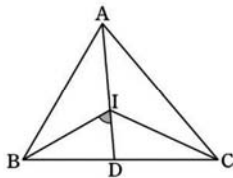
$$(3x + 5)^2 - (x - 4)^2 = (4x + a)(bx + c)$$

จงหาค่าของ  $a + 2b + 3c$

16. นักยิงธนูสองคนมีความน่าจะเป็นในการยิงเข้าเป้าแต่ละครั้งเท่ากับ  $\frac{9}{7}$  และ  $\frac{9}{5}$  ตามลำดับ หากนักยิงธนูทั้งสองคนนี้นักยิงธนูคนละดอก แล้วความน่าจะเป็นที่จะมีอย่างน้อยหนึ่งคนที่ยิงเข้าเป้าเท่ากับ  $\frac{b}{a}$  จงหาค่าของ  $a + b$  (เมื่อ  $\frac{b}{a}$  อยู่ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ)

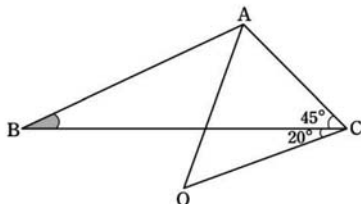
17. โยนเหรียญเที่ยงตรง 4 เหรียญพร้อมกันหนึ่งครั้ง พิจารณาเหตุการณ์ที่มีเหรียญขึ้นก้อยอย่างน้อยหนึ่งเหรียญ และเหรียญที่ขึ้นก้อยมีไม่มากกว่าเหรียญที่ขึ้นหัว ถ้าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์นี้เท่ากับ  $\frac{b}{d}$  จงหาค่าของ  $a+b$  (เมื่อ  $\frac{b}{d}$  อยู่ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ)

18. กำหนดให้จุด  $I$  เป็นจุดศูนย์กลางวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม  $ABC$  ดังรูป



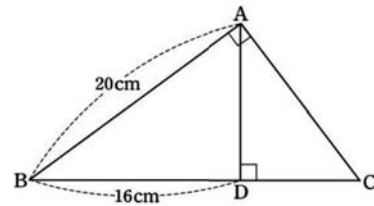
ถ้า  $\angle ABC = 60^\circ$  และ  $\angle ACB = 50^\circ$   
จงหาว่า  $\angle BID$  เท่ากับกี่องศา

19. กำหนดให้จุด  $O$  เป็นจุดศูนย์กลางวงกลมล้อมรอบรูปสามเหลี่ยม  $ABC$  ดังรูป



ถ้า  $\angle ACB = 45^\circ$  และ  $\angle OCB = 20^\circ$   
จงหาว่า  $\angle ABC$  เท่ากับกี่องศา

20. จากรูป  $\angle BAC = \angle ADC = 90^\circ$



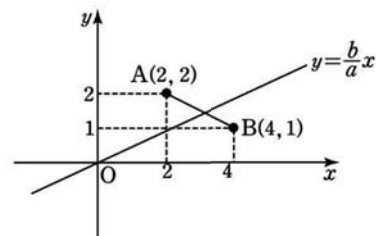
ถ้า  $AB = 20$  cm และ  $BD = 16$  cm  
จงหาว่าผลบวกของความยาวของ  $\overline{AC}$  และ  $\overline{CD}$  เท่ากับกี่ cm

21. ถ้า  $\sqrt{3} + \sqrt{5} = n + a$  โดยที่  $n$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $0 \leq a < 1$  (กล่าวคือ  $n$  เป็นส่วนจำนวนเต็ม และ  $a$  เป็นส่วนทศนิยมของ  $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ )  
จงหาค่าของ  $b$  ที่สอดคล้องกับสมการต่อไปนี้

$$a^2 + 6a + 1 = \sqrt{b}$$

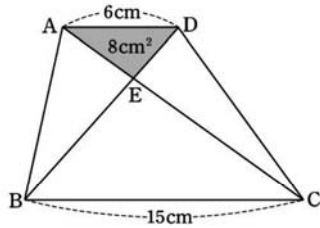
22. จงหาผลบวกของจำนวนเต็ม  $n$  ทั้งหมดที่ทำให้  $n^2 - 24n + 108$  เป็นจำนวนเฉพาะ

23. กำหนดจุด  $A(2,2)$  และ  $B(4,1)$  ดังรูป



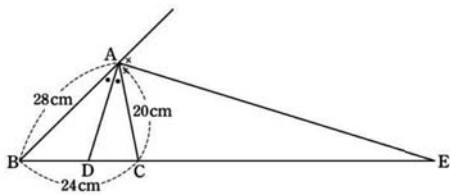
เมื่อโยนลูกเต๋า 2 ลูกหนึ่งครั้ง แล้วให้  $a$  และ  $b$  เป็นแต้มบนหน้าของลูกเต๋าแต่ละลูกที่ได้ ถ้าความน่าจะเป็นที่เส้นตรง  $y = \frac{b}{a}x$  ตัดกับส่วนของเส้นตรง  $AB$  มีค่าเท่ากับ  $\frac{n}{m}$  จงหาค่าของ  $m+n$  (เมื่อ  $\frac{n}{m}$  อยู่ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ)

24. กำหนดรูปสี่เหลี่ยมคางหมู  $ABCD$  ซึ่ง  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$  และ  $AD = 6 \text{ cm}$  และ  $BC = 15 \text{ cm}$  ดังรูป



ถ้าเส้นทแยงมุม  $AC$  กับ  $BD$  ตัดกันที่จุด  $E$  และ  $\triangle AED$  มีพื้นที่  $8 \text{ cm}^2$  จงหาว่ารูปสี่เหลี่ยมคางหมู  $ABCD$  มีพื้นที่กี่  $\text{cm}^2$

25. กำหนดรูปสามเหลี่ยม  $ABC$  ดังรูป เส้นแบ่งครึ่ง  $\angle A$  แบบภายใน ตัดด้าน  $\overline{BC}$  ที่จุด  $D$  และเส้นแบ่งครึ่ง  $\angle A$  แบบภายนอก ไปพบกับส่วนต่อของด้าน  $BC$  ที่จุด  $E$



ถ้า  $AB = 28 \text{ cm}$ ,  $BC = 24 \text{ cm}$  และ  $AC = 20 \text{ cm}$  จงหาว่า  $DE$  เท่ากับกี่  $\text{cm}$

26. จำนวนเต็ม  $a, b$  และ  $c$  สอดคล้องกับสมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้

$$(ก) \quad (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + 1 = (x^2 + ax + b)^2$$

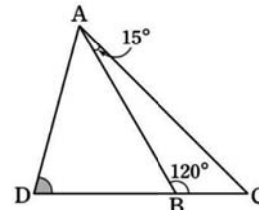
$$(ข) \quad \sqrt{21 \times 22 \times 23 \times 24} + 1 = c$$

จงหาค่าของ  $a + b + c$

27. จงหาว่ามีคู่อันดับ  $(x, y)$  ของจำนวนเต็มบวกทั้งหมดกี่คู่ที่  $xy$  มีค่าเป็น 10 เท่าของ  $x + y$

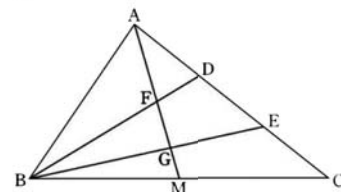
28. กุ๊งโบหนึ่งมีลูกบอลสีขาว 4 ลูกและสีดำ 8 ลูก ต้องการสุ่มหยิบลูกบอลออกจากถุงครั้งละหนึ่งลูกโดยไม่ใส่คืน จนลูกบอลหมดถุง พิจารณาเหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีขาวครบทั้ง 4 ลูกหลังจากที่ได้หยิบลูกบอลออกมาแล้วอย่างน้อย 8 ลูก ถ้าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์นี้เท่ากับ  $\frac{p}{q}$  จงหาค่าของ  $a + b$  (เมื่อ  $\frac{p}{q}$  อยู่ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ)

29. จากรูป กำหนดให้  $DB = 2BC$ ,  $\angle BAC = 15^\circ$  และ  $\angle ABC = 120^\circ$



จงหาว่า  $\angle ADB$  เท่ากับกี่องศา

30. กำหนดรูปสามเหลี่ยม  $ABC$  ดังรูป จุด  $M$  เป็นจุดกึ่งกลางด้าน  $BC$  จุด  $D$  และจุด  $E$  เป็นจุดที่แบ่งด้าน  $AC$  ออกเป็นสามส่วนเท่า ๆ กัน ส่วนของเส้นตรง  $AM$  ตัดส่วนของเส้นตรง  $BD$  และ  $BE$  ที่จุด  $F$  และ  $G$  ตามลำดับ



ถ้า  $AF : FG : GM$  มีอัตราส่วนอย่างต่ำเป็น  $a : b : c$  จงหาค่าของ  $a + 2b + 3c$