TEDET
Thailand Educational
Development and Evaluation Tests

เฉลยแบบทดสอบ ประจำปี 2558

โครงการประเมินและพัฒนาสู่ความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์
Thailand Educational Development and Evaluation Tests (TEDET)

วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ
1	21	16	7
2	720	17	28
3	3	18	34
4	104	19	20
5	23	20	390
6	432	21	9
7	5	22	9
8	12	23	16
9	9	24	170
10	9	25	20
11	417	26	4
12	16	27	100
13	29	28	27
14	41	29	41
15	54	30	12

1. เนื่องจาก $\frac{a}{84} = \frac{a}{2^2 \times 3 \times 7}$

ถ้าต้องการให้สามารถเขียน $\frac{a}{84}$ ในรูปทศนิยมซ้ำศูนย์ได้ แสดงว่าตัวประกอบเฉพาะของตัวส่วนต้องเป็น 2 หรือ 5 เท่านั้น

นั่นคือ a ต้องมี 3 และ 7 เป็นตัวประกอบ

ดังนั้น จำนวนนับ a ที่มีค่าน้อยที่สุด

คือ $3 \times 7 = 21$

2. $\frac{1}{3}x^2y^3 \div \frac{5}{6}x^4y^2 \times \left(5x^2y\right)^2 = \frac{1}{3}x^2y^3 \times \frac{6}{5x^4y^2} \times 25x^4y^2$

$= 10x^2y^3$

$= 10 \times (-3)^2 \times 2^3$

$= 720$

3. ความชันของเส้นตรงเท่ากับ $\frac{10-(-5)}{2-(-4)} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$

เนื่องจากเส้นตรงผ่านจุด (2, 10) จึงได้สมการ

เส้นตรงคือ $\frac{y-10}{x-2} = \frac{5}{2}$ นั่นคือ $2y = 5x + 10$

เส้นตรงตัดแกน X ที่จุด $(a, 0)$ จึงได้ว่า

$2 \times 0 = (5 \times a) + 10 \qquad \therefore\ a = -2$

เส้นตรงตัดแกน Y ที่จุด $(0, b)$ จึงได้ว่า

$2 \times b = (5 \times 0) + 10 \qquad \therefore\ b = 5$

ดังนั้น $a + b = -2 + 5 = 3$

4. **วิธีที่ 1**

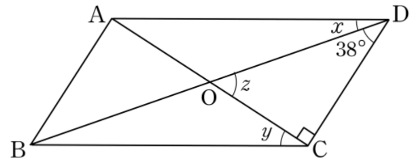
เนื่องจาก $\angle z = 90^\circ - 38^\circ = 52^\circ$

และ $(\angle x + 38^\circ) + (\angle y + 90^\circ) = 180^\circ$

$\therefore\ \angle x + \angle y = 52^\circ$

$\therefore\ \angle x + \angle y + \angle z = 52^\circ + 52^\circ = 104^\circ$

วิธีที่ 2



พิจารณา $\triangle CDO$ จะได้ว่า $38^\circ + \angle z + 90^\circ = 180^\circ$

$\therefore\ \angle z = 52^\circ$

เนื่องจาก $\angle OBC = \angle x$ เพราะเป็นมุมแย้ง

และใน $\triangle OBC$ มุมภายนอกเท่ากับผลบวกของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิด นั่นคือ $\angle x + \angle y = \angle z$

$\therefore\ \angle x + \angle y + \angle z = 52^\circ + 52^\circ = 104^\circ$

5. เนื่องจาก $a = 10\sqrt{2} + 7$ และ $b = 5\sqrt{2} - 8$

ดังนั้น $a - 2b = (10\sqrt{2} + 7) - 2(5\sqrt{2} - 8)$

$= 10\sqrt{2} + 7 - 10\sqrt{2} + 16$

$= 7 + 16$

$= 23$

6. เนื่องจาก $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{a}{3}}$ ซึ่งเป็นจำนวนเต็ม ก็ต่อเมื่อ

$a = 3 \times n^2$ สำหรับจำนวนนับ n บางจำนวน

ดังนั้น $400 < 3 \times n^2 < 500$ นั่นคือ $n = 12$

$\therefore\ a = 3 \times 12^2 = 3 \times 144 = 432$

7. จาก $x = -3 + \sqrt{7}$ จะได้ว่า $x + 3 = \sqrt{7}$

เมื่อยกกำลังสองทั้งสองข้าง จะได้ว่า $x^2 + 6x + 9 = 7$

$\therefore\ x^2 + 6x + 7 = 5$

8. $2\sqrt{0.2}+\frac{12}{\sqrt{80}}+\sqrt{605}=\frac{2}{\sqrt{5}}+\frac{12}{4\sqrt{5}}+11\sqrt{5}$

$=\frac{2}{\sqrt{5}}+\frac{3}{\sqrt{5}}+11\sqrt{5}$

$=\frac{5}{\sqrt{5}}+11\sqrt{5}$

$=\sqrt{5}+11\sqrt{5}$

$=12\sqrt{5}$

$\therefore\ k=12$

9. เนื่องจาก $(2x-2)(2x+4)+k=4x^2+4x-8+k$

และ $(2x+1)^2=4x^2+4x+1$

จะได้ว่า $-8+k=1$ $\therefore\ k=9$

10. $\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}=\frac{(2+\sqrt{2})^2}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}$

$=\frac{4+4\sqrt{2}+2}{4-2}$

$=\frac{6+4\sqrt{2}}{2}$

$=3+2\sqrt{2}$

จากสมการในโจทย์ จึงได้ว่า

$x+3+2\sqrt{2}=10-y\sqrt{2}$

นั่นคือ $x+3=10$ และ $2=-y$

ดังนั้น $x=7$ และ $y=-2$

$\therefore\ x-y=7-(-2)=9$

11. $a=\frac{2}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{5}{3}\sqrt{3}$

$=\frac{2\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{5}{3}\sqrt{3}$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}+2\sqrt{3}$

ดังนั้น $100a=50\sqrt{2}+200\sqrt{3}\approx 70.7+346=416.7$

$\therefore\ 100a\approx 417$

12. สังเกตว่ากราฟของ $y=x+2$ ตัดแกน X ที่จุด A(– 2, 0)

และตัดแกน Y ที่จุด B(0, 2)

เนื่องจาก $\triangle$BDC ~ $\triangle$AOB และ $\triangle$BDC มีพื้นที่เป็น

2 เท่าของ $\triangle$AOB

ดังนั้น $BC=\sqrt{2}\,AB=\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$

ทำให้ OC = OB + BC = 2 + 4 = 6

นั่นคือ เส้นตรง $y=-x+k$ ผ่านจุด C(0, 6)

จึงได้ว่า $k=6$

$\therefore\ (k-2)^2=16$

13. เนื่องจาก $10n^2-17n-63=(2n-7)(5n+9)$

เป็นจำนวนเฉพาะ จึงมีกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด

4 กรณีดังนี้

กรณี $2n-7=1$ จะได้ว่า $n=4$ และ $5n+9=29$

ซึ่งจะได้จำนวนเฉพาะ 29

กรณี $2n-7=-1$ จะได้ว่า $n=3$ และ $5n+9=24$

ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ

กรณี $5n+9=1$ จะได้ว่า $n=-\frac{8}{5}$

ไม่เป็นจำนวนนับ

กรณี $5n+9=-1$ จะได้ว่า $n=-2$

ไม่เป็นจำนวนนับ

ดังนั้น $10n^2-17n-63=29$

14. $\sqrt{500-x}-\sqrt{200+y}$ จะมีค่ามากที่สุด ก็ต่อเมื่อ

$\sqrt{500-x}$ มีค่ามากที่สุด และ $\sqrt{200+y}$ มีค่า

น้อยที่สุด

เนื่องจาก $22^2<500<23^2$ ดังนั้น $x=500-22^2=16$

เนื่องจาก $14^2<200<15^2$ ดังนั้น $y=15^2-200=25$

$\therefore\ x+y=16+25=41$

15. เนื่องจาก $x^2-7x+1=0$ และ $x\neq 0$

เมื่อหารด้วย x ทั้งสองข้างของสมการแล้วจัดรูป

จะได้ว่า $x+\frac{1}{x}=7$

$$\therefore\ x^2+x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)+\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)$$

$$=\left(x+\frac{1}{x}\right)+\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2$$

$$=7+7^2-2$$

$$=54$$

16. ให้ $n=12345$ จะได้ว่า

$$\frac{12350^2-(12345\times 12348)-53}{(12345\times 12350)-12347^2}$$

$$=\frac{(n+5)^2-n(n+3)-53}{n(n+5)-(n+2)^2}$$

$$=\frac{n^2+10n+25-n^2-3n-53}{n^2+5n-n^2-4n-4}$$

$$=\frac{7n-28}{n-4}$$

$$=\frac{7(n-4)}{n-4}$$

$$=7$$

17. จากการกระจาย

$(ax+3)(bx-4)=abx^2+(-4a+3b)x-12$

และ $(x+a)(2x-b)=2x^2+(2a-b)x-ab$

จะได้ว่า $-4a+3b=7$ ..... ①

$2a-b=5$ ..... ②

จาก (2 × ②) + ① จะได้ว่า $b=17$

แทนค่า $b=17$ ลงใน ② จะได้ว่า $2a-17=5$

$\therefore\ a=11$

ดังนั้น $a+b=11+17=28$

18. ให้เศษส่วนอย่างต่ำตัวนี้ คือ $\frac{y}{x}$

จะได้ว่า $x+y=100$ ..... ①

และ $0.45\leq \frac{y}{x}<0.55$

นั่นคือ $0.45x\leq y<0.55x$ ..... ②

แทนค่า $y=100-x$ จาก ① ลงใน ② จะได้ว่า

$0.45x\leq 100-x<0.55x$ นั่นคือ $\frac{100}{1.55}<x\leq\frac{100}{1.45}$

ซึ่งจะได้ว่า $64.516\ldots<x\leq 68.965\ldots$

$\therefore\ x=65, 66, 67, 68$ และ $y=100-x$

ซึ่งค่า x ที่ทำให้ $\frac{y}{x}=\frac{100-x}{x}$ อยู่ในรูปเศษส่วน

อย่างต่ำคือ $x=67$ และจะได้ว่า $y=100-67=33$

$\therefore\ 67-33=34$

19. $3x^2+\sqrt{5}x+3y^2-\sqrt{5}y-6xy$

$=3(x^2-2xy+y^2)+\sqrt{5}(x-y)$

$=3(x-y)^2+\sqrt{5}\,(x-y)$

$=3(\sqrt{5})^2+\sqrt{5}(\sqrt{5})$

$=15+5$

$=20$

20. ให้นักเรียนที่ไม่เห็นด้วยมี x คน จะได้ว่า

นักเรียนที่เห็นด้วยมี $x+30$ คน

ดังนั้น $\frac{x}{x+(x+30)}=\frac{48}{100}$

นั่นคือ $100x=96x+48\times 30$

$\therefore\ x=\frac{48\times 30}{4}=360$

ดังนั้น นักเรียนที่เห็นด้วยมี $360+30=390$ คน

21. นำ $6xy$ คูณทั้งสองข้างของสมการ $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{6}$

จะได้ว่า $6y + 6x = xy$

ซึ่งจัดรูปได้เป็น $xy - 6x - 6y + 36 = 36$

นั่นคือ $(x - 6)(y - 6) = 36$

เนื่องจาก x และ y เป็นจำนวนนับ

สมมติว่า $x - 6 \le 0$ และ $y - 6 \le 0$

จะได้ว่า $-5 \le x - 6 \le 0$ และ $-5 \le y - 6 \le 0$

ทำให้ $(x - 6)(y - 6) \le 25$ จึงเป็นไปไม่ได้

ดังนั้น $x - 6 > 0$ และ $y - 6 > 0$

เนื่องจาก $36 = 2^2 \times 3^2$ มีตัวหารบวกทั้งหมด 9 ตัว

จึงมี (x, y) ทั้งหมด 9 คู่

22. เนื่องจาก $5-\sqrt{3}=3+(2-\sqrt{3})$

และ $0 \le 2-\sqrt{3} < 1$

จึงได้ว่า $a = 3$ และ $b = 2-\sqrt{3}$

ดังนั้น $a^2+b^2=3^2+(2-\sqrt{3})^2 = 16-4\sqrt{3}$

เนื่องจาก $6 < 4\sqrt{3} < 7$ จึงได้ว่า $9 < 16-4\sqrt{3} < 10$

$\therefore$ ภาคจำนวนเต็มของ a^2+b^2 คือ 9

23. $ab = \frac{1}{2}(a^2+ab+b^2) - \frac{1}{2}(a^2-ab+b^2)$

$= 20 - 12$

$= 8$

$\therefore (a-b)^2 = (a^2-ab+b^2) - ab$

$= 24 - 8$

$= 16$

24. รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมีทั้งหมด

$\left(\frac{6\times 5}{2}\right)\times\left(\frac{6\times 5}{2}\right)=225$ รูป

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีทั้งหมด $1 + 4 + 9 + 16 + 25 = 55$ รูป

ดังนั้น สี่เหลี่ยมมุมฉากที่ไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมี

ทั้งหมด $225 - 55 = 170$ รูป

25. จาก $\frac{1}{x}=\frac{1}{2}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ และ $\frac{1}{y}=\frac{1}{2}(\sqrt{3}+\sqrt{2})$

จะได้ว่า $\frac{2}{x}+\frac{2}{y}=2\sqrt{3}$ และ $\frac{2}{x}-\frac{2}{y}=-2\sqrt{2}$

$\therefore \left(\frac{2}{x}+\frac{2}{y}\right)^2+\left(\frac{2}{x}-\frac{2}{y}\right)^2=(2\sqrt{3})^2+(-2\sqrt{2})^2$

$= 20$

26. $x^2+xy-6y^2+3x+19y-10$

$= x^2+(y+3)x-(6y^2-19y+10)$

$= x^2+(y+3)x-(2y-5)(3y-2)$

$= (x-2y+5)(x+3y-2)$

$\therefore a+b+c+d = -2+5+3-2 = 4$

27. พื้นที่ครึ่งวงกลม $= \frac{1}{2}\times\pi\times 10^2$

$= 50\pi$ ตารางเซนติเมตร

$AC = \sqrt{2}\,OC = 10\sqrt{2}$

$\therefore$ พื้นที่เซกเตอร์ ACB $= \frac{1}{4}\times\pi\times(10\sqrt{2})^2$

$= 50\pi$ ตารางเซนติเมตร

เนื่องจาก พื้นที่ครึ่งวงกลมเท่ากับพื้นที่เซกเตอร์

ACB พอดี

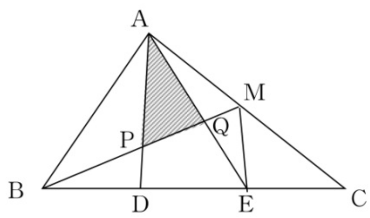
ดังนั้น พื้นที่ส่วนที่แรเงา = พื้นที่ $\triangle ABC$

$= \frac{1}{2}\times AB\times OC$

$= \frac{1}{2}\times 20\times 10$

$= 100$ ตารางเซนติเมตร

28.



ลากส่วนของเส้นตรง ME ดังรูป

ให้ PD = a จะได้ว่า ME = $2a$ และ AP = $3a$

จาก $\triangle APQ \sim \triangle EMQ$

จะได้ว่า AQ : EQ = AP : EM = 3 : 2

พื้นที่ $\triangle ADE$ = พื้นที่ $\triangle ABD$ = 60 ตารางหน่วย

$\therefore$ พื้นที่ของ $\triangle APQ = \frac{AP}{AD} \times \frac{AQ}{AE} \times$ พื้นที่ $\triangle ADE$

$= \frac{3}{4} \times \frac{3}{5} \times 60$

= 27 ตารางหน่วย

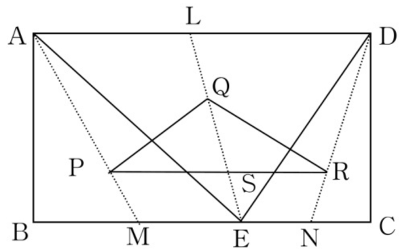
29. เนื่องจาก $a = \frac{b+c}{2}$ แสดงว่า b และ c ต่างเป็นจำนวนคู่ หรือ ต่างเป็นจำนวนคี่

ถ้า b และ c เป็นเลขโดดคู่ที่ไม่เป็นศูนย์ (ได้แก่ 2, 4, 6, 8) จะมี abc ได้ $4 \times 4 = 16$ จำนวน

ถ้า b และ c เป็นเลขโดดคี่ (ได้แก่ 1, 3, 5, 7, 9) จะมี abc ได้ $5 \times 5 = 25$ จำนวน

ดังนั้น มีจำนวนที่มีสามหลัก abc ได้ทั้งหมด $16 + 25 = 41$ จำนวน

30.



ลากเส้นมัธยฐาน $\overline{AM}$, $\overline{EL}$, $\overline{DN}$ ของ $\triangle ABE$, $\triangle AED$, $\triangle DEC$ ตามลำดับ

และให้ $\overline{EL}$ ตัด $\overline{PR}$ ที่จุด S ดังรูป

จะได้ว่า AP : PM = DR : RN = 2 : 1

$\therefore \overline{PR} \parallel \overline{BC}$

จาก $\square$AMND จะได้ว่า $MN = \frac{1}{2}AD$

ดังนั้น $PR = \frac{4}{3}MN = \frac{4}{3} \times \frac{1}{2}AD = \frac{2}{3}AD$

เนื่องจาก LQ = QS = SE

จะได้ว่า ส่วนสูงของ $\triangle PRQ$ คือ $\frac{1}{3}AB$

$\therefore$ พื้นที่ของ $\triangle PRQ = \frac{1}{2} \times PR \times \frac{1}{3}AB$

$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}AD \times \frac{1}{3}AB$

$= \frac{1}{9} \times AD \times AB$

$= \frac{1}{9} \times$ พื้นที่ของ $\square$ABCD

$= \frac{1}{9} \times 108$

= 12 ตารางหน่วย