



การประเมินและพัฒนาสู่ความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ประจำปี 2562 (TEDET)

รอบ All Thailand Evaluation Test

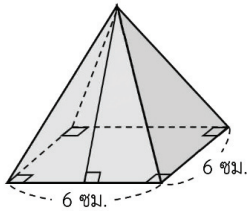
วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ชื่อ-นามสกุล	โรงเรียน
--------------	----------

คำชี้แจง

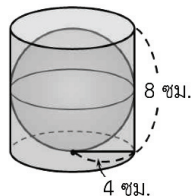
1. ข้อสอบคณิตศาสตร์ มีทั้งหมด 30 ข้อ
2. กรณีที่ข้อสอบเป็นแบบมีตัวเลือก ให้ตอบหมายเลขข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว
3. กรณีที่ข้อสอบต้องคำนวณหาคำตอบ คำตอบที่ได้จะเป็นจำนวนที่ไม่เกิน 3 หลักเท่านั้น คือ หลักหน่วย หลักสิบ และหลักร้อย
4. เวลาในการทำข้อสอบคณิตศาสตร์ 90 นาที

1. พีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่งมีหน้า 4 หน้า ซึ่งเท่ากันทุกประการ ดังรูป



ถ้าพีระมิดรูปนี้มีพื้นที่ผิวทั้งหมด 132 ตารางเซนติเมตร จงหาว่าพีระมิดรูปนี้มีสูงเอียงเท่ากับกี่เซนติเมตร

2. ทรงกลมบรรจุในทรงกระบอกได้พอดี โดยส่วนบนสุดของทรงกลมเสมอกับปากทรงกระบอก ดังรูป



ข้อใดต่อไปนี้เป็นอัตราส่วนของปริมาตรทรงกระบอกต่อปริมาตรทรงกลม

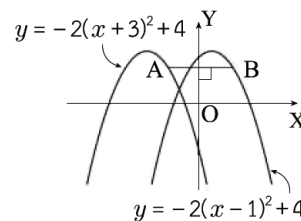
- 1 2 : 1
 2 3 : 1
 3 3 : 2
 4 4 : 3
 5 5 : 3

3. สมการ $(x-3)^2 = k$ มีคำตอบ ก็ต่อเมื่อค่าคงตัว k สอดคล้องกับข้อใดต่อไปนี้

- 1 $k < 0$
 2 $k \leq 0$
 3 $k = 0$
 4 $k > 0$
 5 $k \geq 0$

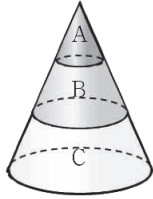
4. จงหาค่าคงตัว a ที่ทำให้เส้นตรง $ax - 3y - 2 = 0$ ไม่ตัดกับเส้นตรง $x - y + 4 = 0$

5. พิจารณากราฟ $y = -2(x+3)^2 + 4$ และกราฟ $y = -2(x-1)^2 + 4$ ดังรูป



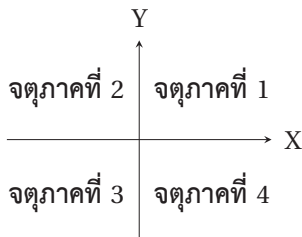
จากรูป จงหาว่าส่วนของเส้นตรง AB ยาวกี่หน่วย

6. เมื่อนำระนาบที่ขนานกับฐานกรวยมาตัดกรวย ออกเป็น 3 ส่วนที่สูงเท่า ๆ กัน ดังรูป

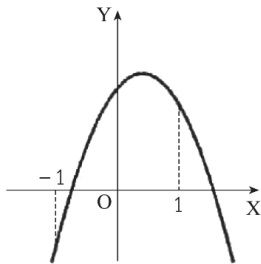


ถ้ากรวยยอดตัด C มีปริมาตร 57 ลูกบาศก์เซนติเมตร จงหาว่ากรวยยอดตัด B มีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

7. กราฟเส้นตรง $ax - by - c = 0$ โดยที่ $a, b, c > 0$ ไม่ผ่านจุดภาคที่เท่าใด



8. กำหนดกราฟ $y = ax^2 + bx + c$ ดังรูป



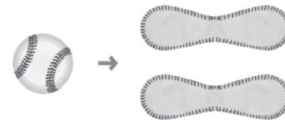
จงหาค่าในข้อใดต่อไปนี้ไม่มีเครื่องหมาย (ค่าบวกหรือค่าลบ) ที่แตกต่างจากค่าในข้ออื่น ๆ

- ① $a + b + c$ ② $a - b + c$ ③ $2a + b$
 ④ abc ⑤ $4a - 2b + c$

9. ข้อมูล 3, 4, a , b , 7 มีมัธยฐานเป็น 6 และข้อมูล 7, a , b , 11 มีมัธยฐานเป็น 8 จงหาค่าของ $a + b$

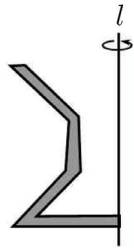
10. ถ้า α และ β เป็นคำตอบของสมการ $x^2 - kx - 1 = 0$ โดยที่ k เป็นค่าคงตัว จงหาค่าของ $|\alpha \times \beta|$

11. ผิวของลูกเบสบอลประกอบขึ้นมาจากแผ่นหนังสองชิ้นที่เท่ากันทุกประการ ดังรูป

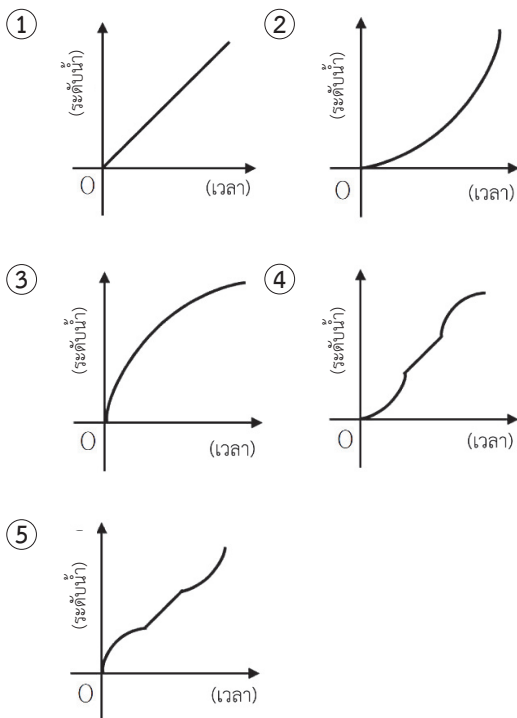


ถ้าลูกเบสบอลมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 7 เซนติเมตร จงหาว่าแผ่นหนังทั้งสองชิ้นมีพื้นที่รวมกันกี่ตารางเซนติเมตร (กำหนดให้ อัตราส่วนของเส้นรอบวงของวงกลมต่อเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเป็น 3)

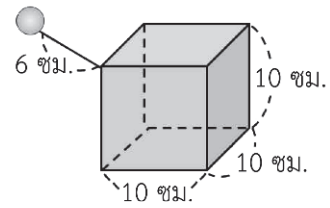
12. พิจารณาภาชนะรูปทรงสามมิติที่ได้จากการหมุนรูปในระนาบรูปหนึ่ง รอบเส้นตรง l หนึ่งรอบ ดังรูป



เมื่อเปิดน้ำให้ไหลด้วยอัตราสม่ำเสมอเข้าภาชนะใบนี้ กราฟข้อใดต่อไปนี้แสดงระดับน้ำในภาชนะกับเวลาได้ถูกต้อง

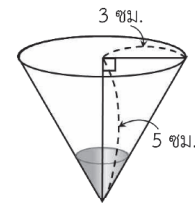


13. ใช้เชือกยาว 6 เซนติเมตร ผูกบอลลูกหนึ่งกับจุดยอดของกล่องลูกบาศก์ที่มีด้านยาว 10 เซนติเมตร ดังรูป



จงหาว่าบริเวณที่ลูกบอลสามารถเคลื่อนไปถึงได้ มีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร (กำหนดให้ อัตราส่วนของเส้นรอบวงของวงกลมต่อเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเป็น 3 และไม่ต้องการคำนึงถึงขนาดของลูกบอลกับความหนาของเชือก)

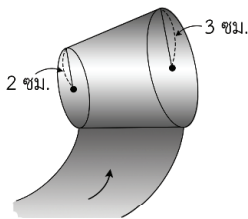
14. ปริมาณน้ำฝน เป็นข้อมูลสำคัญทางอุตุนิยมวิทยา เพราะฝนเป็นปัจจัยสำคัญต่อความอุดมสมบูรณ์ของพื้นที่เพาะปลูก เครื่องวัดปริมาณน้ำฝนเป็นอุปกรณ์ที่ใช้เก็บและวัดปริมาณฝนที่ตก เชนริสร้างเครื่องวัดปริมาณน้ำฝนอย่างง่าย ด้วยภาชนะรูปกรวย ดังรูป



เมื่อใช้ภาชนะใบนี้รองน้ำฝนเป็นเวลา 1 ชั่วโมง พบว่าได้น้ำฝนปริมาตร 3π ลูกบาศก์เซนติเมตร เมื่อใช้ภาชนะเปล่าใบนี้รองน้ำฝน จงหาว่าจะรองน้ำฝนได้นานที่สุดกี่ชั่วโมง ก่อนที่ภาชนะจะเต็ม (สมมติว่าฝนตกในอัตราเดิมอย่างสม่ำเสมอ)

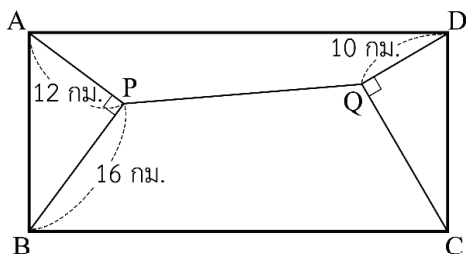
15. สวนผักของโทนี่ได้ขายส่งผักให้ตลาดแห่งหนึ่งมาอย่างต่อเนื่อง แต่ในปีนี้ หลังจากที่ได้ตลาดได้ประเมินภาวะเศรษฐกิจแล้ว ได้ขอลดราคาผักกลางกิโลกรัมละ $x\%$ จากราคาปีที่แล้ว พร้อมทั้งทำสัญญาซื้อล่วงหน้าโดยจะเพิ่มราคาผักให้อีกกิโลกรัมละ $(2x)\%$ จากราคาที่ซื้อปีนี้ ถ้าโทนี่ต้องการขายผักในปีหน้าให้ได้ราคาต่อกิโลกรัมสูงสุด จะต้องกำหนดค่า x ให้เป็นเท่าใด

16. วางกรวยยอดตัดให้ผิวข้างแนบไปกับพื้น ดังรูป



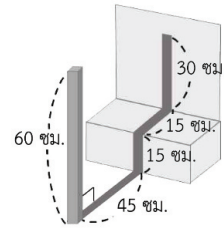
หลังจากกลิ้งกรวยนี้ไป 3 รอบ พบว่ากรวยจะกลับมาที่ตำแหน่งเริ่มต้นอีกครั้ง จงหาว่ากรวยยอดตัดนี้มีพื้นที่ผิวข้างกี่ตารางเซนติเมตร (กำหนดให้ อัตราส่วนของเส้นรอบวงของวงกลมต่อเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเป็น 3)

17. แหล่งท่องเที่ยว A, B, C, D ตั้งอยู่ที่ตำแหน่งจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า จุด P เป็นบ้านพักตากอากาศ และจุด Q เป็นไร่ร่อน โดยถนนเชื่อมระหว่างสถานที่ต่าง ๆ แสดงด้วยส่วนของเส้นตรง ดังรูป



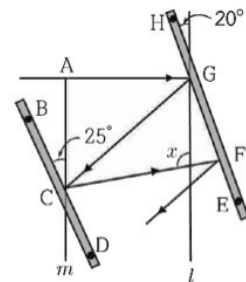
จงหาว่าจากไร่ร่อนไปยังแหล่งท่องเที่ยว C มีระยะทางสั้นที่สุดประมาณกี่กิโลเมตร (กำหนดให้ $\sqrt{2} \approx 1.4$, $\sqrt{3} \approx 1.7$, $\sqrt{5} \approx 2.2$, $\sqrt{7} \approx 2.6$)

18. แท่งไม้ยาว 60 เซนติเมตร ปักอยู่บนพื้นกลางแดด ทำให้เกิดเงาทอดไปบนพื้นและผนังที่ตั้งฉากกับพื้น ดังรูป



ถ้านำแท่งไม้อีกแท่งที่ยาว 1 เมตร มาปักบนพื้นโล่งกว้าง จงหาว่าเงาของแท่งไม้จะทอดยาวกี่เซนติเมตร

19. เมื่อแสงตกกระทบกระจกจะเกิดการสะท้อน โดยมุมตกกระทบกับมุมสะท้อนจะมีขนาดเท่ากันเสมอ ถ้าวางกระจกสองแผ่นทำมุม 20° และ 25° กับแนวตั้ง และมีแสงในแนวราบสะท้อนกระจกเงาทั้งสองแผ่นหลายครั้ง ตามทิศทางของลูกศร ดังรูป



จงหาว่ามุม x มีขนาดกี่องศา (ไม่ต้องคำนึงถึงความหนาของกระจก)

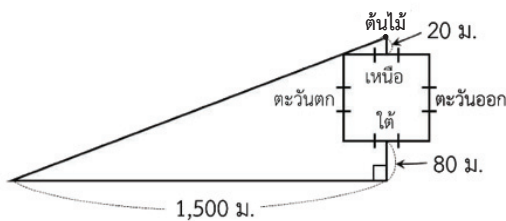
20. เกล็ดหิมะค็อค (Koch snowflake) เป็นรูปที่คิดค้นโดยนักคณิตศาสตร์ชาวสวีเดน ซึ่งสร้างได้จากการแบ่งด้านของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าตามขั้นตอนต่อไปนี้



- ให้เริ่มต้นจากรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปหนึ่ง
- (1) แบ่งด้านแต่ละด้านออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน
 - (2) บนด้านแต่ละด้าน สร้างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีฐานเป็นส่วนตรงกลางจาก 3 ส่วนที่แบ่งไว้
 - (3) ลบฐานของรูปสามเหลี่ยมที่สร้างได้ในขั้น (2) ทิ้ง
 - (4) ทำซ้ำตั้งแต่ขั้น (1) กับด้านทุกด้านของรูปที่ได้

จากรูปข้างต้น ถ้ารูปที่ 1 มีพื้นที่ 486 ตารางหน่วย จงหาว่ารูปที่ 4 จะมีพื้นที่กี่ตารางหน่วย

21. หมู่บ้านแห่งหนึ่งมีกำแพงล้อมรอบเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และมีประตูอยู่กลางกำแพงแต่ละด้าน เมื่อเดินออกประตูด้านใต้ไป 80 เมตร แล้วเดินไปทางทิศตะวันตกอีก 1,500 เมตร สามารถมองเห็นต้นไม้ที่อยู่เหนือประตูด้านเหนือเป็นระยะ 20 เมตรได้พอดี ดังรูป



จงหาว่ากำแพงแต่ละด้านยาวกี่เมตร
(ความยาวกำแพงคิดรวมประตูด้วย และแนวสายตาที่มองเห็นต้นไม้ผ่านมุมกำแพงพอดี)

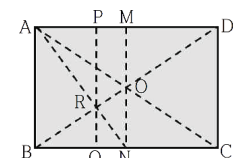
22. เซกเตอร์ของวงกลมมีความยาวรอบเซกเตอร์ 36 เซนติเมตร ถ้าเซกเตอร์นี้มีพื้นที่มากที่สุดที่เป็นไปได้ จงหาว่าเซกเตอร์นี้มีรัศมียาวกี่เซนติเมตร

23. ถ้า m และ n เป็นจำนวนนับ ซึ่ง $\sqrt{n^2 + 77} = m$ จงหาผลรวมของค่า $|m - 2n|$ ทั้งหมดที่เป็นไปได้

24. พับกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าตามที่แสดง จะได้รอยพับดังเส้นประ

(1) พับครึ่งด้านยาว	(2) พับตามแนวเส้นทแยงมุม
(3) พับตามแนวเส้นเชื่อมมุมซ้ายบนกับจุดกึ่งกลางฐาน	(4) พับตามแนวเส้นขนานกับด้านกว้าง ที่ผ่านจุดตัดของแนวพับในข้อ (2) กับ (3)

ให้กระดาษที่พับตามวิธีข้างต้นนี้เป็นดังแสดงในรูปด้านขวามือ



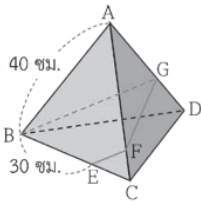
จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- | | |
|-----------------------|--|
| (a) $BN = CN$ | (b) $\triangle RON \sim \triangle RBA$ |
| (c) $AB : ON = 3 : 1$ | (d) $PR : RQ = 2 : 1$ |

จงหาว่าข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

- ① เป็นจริงเฉพาะข้อ (a) และ (b) เท่านั้น
- ② เป็นจริงเฉพาะข้อ (a) และ (c) เท่านั้น
- ③ เป็นจริงเฉพาะข้อ (b) และ (d) เท่านั้น
- ④ เป็นจริงทั้ง (a), (b) และ (c)
- ⑤ เป็นจริงทั้ง (a), (b) และ (d)

25. ทรงสี่หน้าปกติ A-BCD มีเส้นขอบแต่ละเส้นยาว 40 เซนติเมตร จุด E อยู่บนด้าน BC โดย BE = 30 เซนติเมตร ดังรูป



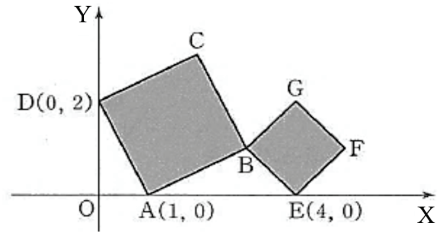
ลากส่วนของเส้นตรงต่าง ๆ ไปตามหน้าของทรงสี่หน้า จากจุด E ไปยังจุด B โดยต้องลากผ่านจุด F บนด้าน AC แล้วจึงลากผ่านจุด G บนด้าน AD หลังจากนั้นลากจากจุด G ไปยังจุด B

ถ้าส่วนของเส้นตรงที่ลากมีความยาวรวมกันสั้นที่สุด จงหาว่า CF เท่ากับกี่เซนติเมตร

26. ให้ m และ n เป็นค่าคงตัวที่ทำให้สมการกำลังสอง $3x^2 + 2mx + m = 0$ มีคำตอบเพียงค่าเดียว และสมการกำลังสอง $mnx^2 + nx + 4 = 0$ มีคำตอบเพียงค่าเดียว จงหาค่าของ $n - m$

27. ถ้า $x = a$ และ $y = b$ สอดคล้องกับสมการ $5x^2 + 4xy + 2y^2 - 2x + 4y + 5 = 0$ จงหาค่าของ $2a - 3b$

28. มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD และ BEFG บนระนาบพิกัด โดยกำหนดพิกัด A(1,0), D(0,2), E(4,0) ดังรูป



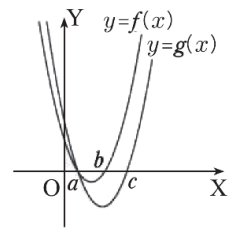
เส้นตรงในข้อใดต่อไปนี้แบ่งรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละรูป ออกเป็นสองส่วนที่มีพื้นที่เท่า ๆ กัน

- ① $x + 4y = 8$ ② $x + 5y = 9$
 ③ $x + 6y = 7$ ④ $2x + 6y = 9$
 ⑤ $2x + 7y = 7$

29. สมการ $x^4 + 2ax^2 + a + 2 = 0$ มีคำตอบ 4 ค่าที่แตกต่างกัน ก็ต่อเมื่อ ค่าคงตัว a สอดคล้องกับข้อใดต่อไปนี้

- ① $a > -1$ ② $a < 3$
 ③ $-2 < a < -1$ ④ $-1 < a < 2$
 ⑤ $0 < a < 3$

30. สมการกำลังสอง $y = f(x)$ และ $y = g(x)$ มีสัมประสิทธิ์ของ x^2 เป็น 1 ทั้งคู่ กราฟ $y = f(x)$ ตัดแกน X ที่จุด $(a,0)$ กับ $(b,0)$ และกราฟ $y = g(x)$ ตัดแกน X ที่จุด $(a,0)$ กับ $(c,0)$ ดังรูป



ข้อใดต่อไปนี้เป็นจุดที่กราฟ $y = f(x) + g(x)$ ตัดแกน X

- ① $(a, 0)$
 ② $(\frac{a+b}{2}, 0)$
 ③ $(a, 0)$ และ $(\frac{b+c}{2}, 0)$
 ④ $(a + b, 0)$ และ $(b + c, 0)$
 ⑤ $(\frac{a}{2}, 0)$ และ $(\frac{2}{b+c}, 0)$