



การประเมินและพัฒนาสู่ความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ประจำปี 2562 (TEDET)  
 รอบ All Star Intelligent Contest  
 วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ชื่อ-นามสกุล	โรงเรียน
--------------	----------

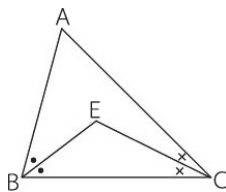
**คำชี้แจง**

- ข้อสอบคณิตศาสตร์ มีทั้งหมด 30 ข้อ
- กรณีข้อสอบเป็นแบบมีตัวเลือก ให้ตอบหมายเลขข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว
- กรณีข้อสอบต้องคำนวณหาคำตอบ คำตอบที่ได้จะเป็นจำนวนที่ไม่เกิน 3 หลักเท่านั้น คือ หลักหน่วย หลักสิบ และหลักร้อย
- เวลาในการทำข้อสอบคณิตศาสตร์ 90 นาที

1. นาดาตีมีลูกอมอยู่จำนวนหนึ่ง เธอจะแบ่งลูกอมให้แก่ผู้ยากไร้ทุกคนที่เธอเดินผ่านตามทาง โดยในแต่ละครั้ง เธอจะบวก 1 กับจำนวนลูกอมที่มีอยู่ขณะนั้น แล้วจึงแบ่งลูกอมให้ในจำนวนครึ่งหนึ่งของผลบวกที่ได้ ถ้าวันนี้นาดาตีเดินผ่านผู้ยากไร้ 7 คน และหลังจากที่ได้แบ่งลูกอมให้คนสุดท้ายแล้ว เธอยังเหลือลูกอมอีก 1 เม็ด จงหาว่า เดิมนาดาตีมีลูกอมอยู่ที่เม็ด

2. ให้จุด E เป็นจุดภายในรูปสามเหลี่ยม ABC และสอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \angle ABE &= \angle CBE \\ \angle ACE &= \angle BCE \\ \angle BEC &= 2 \times \angle BAC \end{aligned}$$



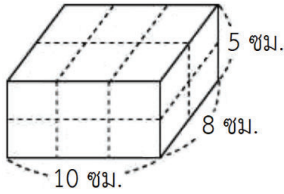
จงหาว่า มุม BAC มีขนาดกี่องศา

3. ไดโอแฟนทัส (Diophantus) ได้รับการยกย่องว่าเป็น ‘บิดาแห่งวิชาพีชคณิต’ และเป็นนักคณิตศาสตร์ชาวกรีกแห่งเมืองอเล็กซานเดรีย ที่มีชีวิตถึงช่วงปลายศตวรรษที่ 3 เขาได้ถอนตัวจากการศึกษาเกี่ยวกับเรขาคณิต มาศึกษาพีชคณิตที่เกี่ยวข้องกับจำนวน นักคณิตศาสตร์ผู้ได้สรรสร้างสิ่งที่มีคุณค่าต่อวงการคณิตศาสตร์ไว้มากมาย และได้สลักใจหทัยปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ที่หลุมศพของตนเอง ดังนี้

พระเจ้าได้ประทานช่วงเวลา 1 ใน 6 ของชีวิตเป็นวัยเด็ก อีกทั้งประทานช่วงเวลาอีก 1 ใน 12 ของชีวิตเป็นวัยหนุ่ม และยังประทานช่วงเวลาอีก 1 ใน 7 ของชีวิต จึงแต่งงานเมื่อผ่านไปอีก 5 ปี บุตรชายของข้าพเจ้าจึงได้ถือกำเนิดขึ้น บุตรที่รักมีช่วงชีวิตเพียงครึ่งหนึ่งของช่วงชีวิตของข้าพเจ้า หลังจากที่ได้อุปบประโลมเซตาศาสตร์แห่งจำนวนเป็นเวลาอีก 4 ปี ชีวิตของข้าพเจ้าจึงได้สิ้นสุดลง

จงหาว่า ไดโอแฟนทัสมีชีวิตอยู่จนถึงอายุกี่ปี

4. ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งยาว 10 เซนติเมตร กว้าง 8 เซนติเมตร และสูง 5 เซนติเมตร ตัดทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้ออกเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากเล็กที่มีขนาดเท่า ๆ กัน จำนวน 12 ลูก ดังรูป



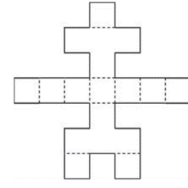
จงหาว่า ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากเล็กทั้ง 12 ลูก มีพื้นที่ผิวรวมกันกี่ตารางเซนติเมตร

5. กำหนดให้  $x + y = 8$  และ  $xy = 9$  โดยที่  $x > y > 0$

ถ้า  $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$  มีค่าเท่ากับ  $\sqrt{a}$  จงหาค่าของ  $a$

6. จงหาผลรวมของจำนวนนับที่มีสองหลัก  $AB$  ทั้งหมดที่ทำให้จำนวนที่มีสองหลัก  $AB$  และ  $BA$  มีผลบวกเป็นจำนวนกำลังสองสมบูรณ์  
(จำนวนกำลังสองสมบูรณ์ คือจำนวนเต็มที่สามารถเขียนในรูปกำลังสองของจำนวนเต็มจำนวนหนึ่งได้)

7. นำรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาว 1 เซนติเมตร มาวางเรียงต่อกัน ดังรูป



เมื่อพับรูปนี้ตามเส้นประให้เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ จงหาว่า รูปเรขาคณิตสามมิติที่ได้จากการพับนี้มีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

8. มินเล่นเป่ายิ้งฉุบกับจูน โดยในแต่ละครั้ง ผู้ที่ชนะจะได้ +5 คะแนน และผู้ที่แพ้จะได้ -2 คะแนน แต่หากเสมอกัน จะได้คนละ +1 คะแนน

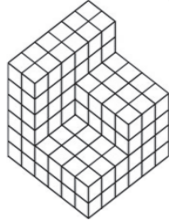
หลังจากเล่นไปแล้ว 15 ครั้ง พบว่ามินได้ 25 คะแนน

ถ้ามินเสมอกับจูนทั้งหมด  $a$  ครั้ง

และมินแพ้จูนทั้งหมด  $b$  ครั้ง

จงหาค่าของ  $4a + 7b$

9. นำลูกบาศก์ที่มีขนาดเท่ากันมาวางเรียงซ้อนกันให้เป็นรูปทรงสามมิติ ดังรูป



เมื่อทาสีผิวด้านนอกทั้งหมด รวมถึงฐานที่สัมผัสพื้นด้วย จากนั้นจึงรื้อรูปทรงสามมิติออกเป็นลูกบาศก์ดั้งเดิม จงหาว่า ลูกบาศก์ที่ทาสีเพียงสองหน้า มีทั้งหมดกี่ลูก

10. การพยากรณ์อากาศสำหรับประเทศไทย ในวันนี้และวันพรุ่งนี้ เป็นดังนี้

วันนี้มีฝนตกกระจาย 20% ของพื้นที่  
วันพรุ่งนี้มีฝนตกกระจาย 30% ของพื้นที่

จงหาว่า พื้นที่ที่มีฝนตกในวันนี้หรือวันพรุ่งนี้ เพียงวันใดวันหนึ่ง คิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของทั้งประเทศ

11. สำหรับจำนวนนับ  $n$  ใด ๆ ให้ดัชนีของ  $n$  เป็นเลขชี้กำลังของ 3 ในการแยกตัวประกอบเฉพาะของ  $n$  แต่ถ้า 3 หาร  $n$  ไม่ลงตัว ให้ดัชนีของ  $n$  เป็น 0

**ตัวอย่าง**

ดัชนีของ 18 เป็น 2 เพราะ  $18 = 2 \times 3^2$

ดัชนีของ 25 เป็น 0 เพราะ 3 หาร 25 ไม่ลงตัว

ดัชนีของ 150 เป็น 1 เพราะ  $150 = 2 \times 3^1 \times 5^2$

จงหาว่า จำนวนนับ  $n$  ที่มีสามหลัก ซึ่งมีดัชนีเป็น 3 มีทั้งหมดกี่จำนวน

12. จงหาจำนวนนับ  $A$  ที่น้อยที่สุดที่ทำให้

$$\frac{9 \times A}{65} \text{ และ } \frac{15 \times A}{56} \text{ เขียนได้ในรูปทศนิยมซ้ำศูนย์}$$

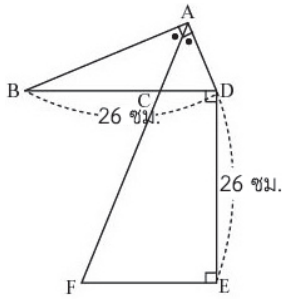
13. จงหาจำนวนนับที่มีสามหลักที่มากที่สุด ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขทุกข้อต่อไปนี้

- เมื่อหารด้วย 3 จะเหลือเศษ 2
- เมื่อหารด้วย 5 จะเหลือเศษ 3
- เมื่อหารด้วย 7 จะเหลือเศษ 1

14. จำนวนนับสามจำนวน 1050, 2303 และ 1408 เมื่อหารแต่ละจำนวนด้วยจำนวนนับ  $d$  ซึ่ง  $d > 1$  จะเหลือเศษ  $r$  เท่ากันหมด

จงหาค่าของ  $d + r$

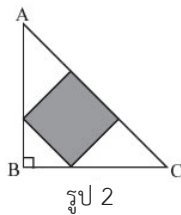
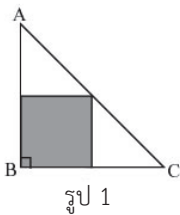
15. กำหนดรูปพร้อมเงื่อนไข ดังต่อไปนี้



$BD = DE = 26$  เซนติเมตร  
 $\angle BAD = \angle BDE = \angle DEF = 2 \times \angle DAF = 90^\circ$

ให้ C เป็นจุดตัดของส่วนของเส้นตรง BD กับ AF  
 จงหาว่า รูปสี่เหลี่ยม CFED มีพื้นที่กี่ตารางเซนติเมตร

16. วาดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแนบในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่ว ABC ได้ดังรูป 1 และรูป 2



ถ้ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสในรูป 1 มีพื้นที่ 369 ตารางหน่วย  
 จงหาว่า รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสในรูป 2 มีพื้นที่กี่ตารางหน่วย

17. โรงเรียนแห่งหนึ่งจัดการเลือกตั้งประธานนักเรียน แต่มีเจนนีลงสมัครเพียงคนเดียว จึงให้นักเรียน กาบัตรเลือกตั้งว่าเห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วย กับการตั้งเจนนีเป็นประธานนักเรียน

หลักเสียงข้างมาก (Majority Rule) คือการตัดสินใจตามความเห็นของคนหมู่มาก เพื่อรวบรวมความคิดเห็นที่หลากหลายให้มีเอกภาพ

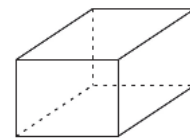
ตัวอย่างเรื่องที่สามารถหาข้อตกลงได้ด้วยหลักเสียงข้างมาก เช่น การเลือกตั้งผู้แทน การเลือกหัวหน้าห้อง การลงมติร่างพระราชบัญญัติในรัฐสภา หรือการเลือกสถานที่ที่ศึกษาของนักเรียนในชั้นเรียน เป็นต้น

แต่การระบุนคุณค่าของสิ่งใด เช่น การตัดสินใจในความชอบส่วนบุคคล เรื่องที่เกี่ยวกับสิทธิมนุษยชน เป็นต้น ไม่สามารถชี้ขาดได้ด้วยหลักเสียงข้างมาก เพราะความเห็นของคนหมู่มาก ไม่จำเป็นต้องถูกเสมอไป

จากผลการเลือกตั้ง มีบัตรที่กาไม่เห็นด้วย น้อยกว่าบัตรที่กาเห็นด้วย อยู่ 30 ใบ และมีบัตรที่กาไม่เห็นด้วยคิดเป็น 48% ของบัตรทั้งหมด

จงหาว่า ในการเลือกตั้งครั้งนี้ มีบัตรที่กาเห็นด้วยกี่ใบ (ไม่มีกาตรงออกเสียง และไม่มียบัตรเสีย)

18. เปิดน้ำให้ไหลลงบ่อทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป



สามารถบันทึกระดับน้ำ ณ เวลาต่าง ๆ ได้ดังนี้

เวลา	ระดับน้ำ
14 นาฬิกา 30 นาที	สูงจากก้นบ่อเพียงเล็กน้อย
14 นาฬิกา 45 นาที	สูงจากก้นบ่อ 30 เซนติเมตร
15 นาฬิกา 15 นาที	สูงจากก้นบ่อ 70 เซนติเมตร

สมมติว่าน้ำไหลลงบ่อในอัตราสม่ำเสมอ  
 จงหาว่า เมื่อเวลา 15 นาฬิกา 42 นาที  
 น้ำจะสูงจากก้นบ่อกี่เซนติเมตร

19. ‘กฎของเบนฟอร์ด’ (Benford’s law) มีที่มาดังนี้

ในปี ค.ศ. 1881 ซีมอน นิวโคมบ์ (Simon Newcomb; ค.ศ. 1835-1909) นักดาราศาสตร์ชาวอเมริกาได้ค้นพบในขณะที่อ่านหนังสือเล่มหนึ่งว่า กระจายในหน้าแรก ๆ ของเล่มมักทрудโทรมมากกว่ากระจายในหน้าหลัง ๆ ของเล่ม กล่าวคือ เรามักพบเห็นความทрудโทรมของหนังสือในหน้าแรกได้มากกว่าหน้าอื่น ๆ

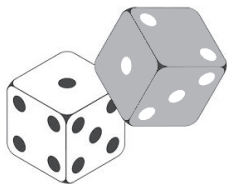
ในปี ค.ศ. 1938 นักฟิสิกส์ชื่อแฟรงค์ เบนฟอร์ด (Frank Benford; ค.ศ. 1883-1948) ได้ตั้งสิ่งที่นิวโคมบ์ค้นพบเป็นกฎ โดยเบนฟอร์ดได้วิเคราะห์การกระจายของเลขโดดหลักแรกทางซ้ายสุดของข้อมูลต่าง ๆ จาก 20 สาขาวิชา เช่น พื้นที่ของแม่น้ำ 335 สาย, ค่าคงตัวทางฟิสิกส์ 104 ตัว, น้ำหนักโมเลกุล 1,800 ชนิด เป็นต้น แล้วจึงตั้งเป็น ‘กฎของเบนฟอร์ด’

ให้  $P$  เป็นโอกาสที่เลขโดด  $n$  จะปรากฏเป็นหลักแรกตามกฎของเบนฟอร์ด ดังตารางต่อไปนี้

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P$	30.1%	17.6%	12.5%	9.7%	7.9%	6.7%	5.8%	5.1%	7.9%

ถ้ามีข้อมูล 2,000 ตัวที่สอดคล้องกับกฎของเบนฟอร์ด จงหาว่า มีข้อมูลกี่ตัวที่มีเลขโดด 4 ปรากฏในหลักแรก

20. ทอดลูกเต๋า A และลูกเต๋า B ที่แตกต่างกัน และให้  $a$  และ  $b$  เป็นแต้มที่ได้จากลูกเต๋าทั้งสอง ตามลำดับ



จงหาว่า กรณีที่  $a$  หากร  $b$  ลงตัว มีทั้งหมดกี่กรณี

21. จงหาผลบวกของจำนวนนับ  $n$  ทั้งหมด ที่ทำให้  $\frac{\sqrt{112}}{\sqrt{n}}$  เป็นจำนวนตรรกยะที่มากกว่า 1

22. กำหนดจุด  $O(0,0)$  และจุด  $A(6,3)$  ให้  $P$  เป็นจุดใด ๆ บนเส้นตรง  $y = ax + b$  โดยที่  $b > 0$  ถ้ารูปสามเหลี่ยม  $OAP$  มีพื้นที่ 60 ตารางหน่วยเสมอ จงหาค่าของ  $a \times b$

23. พิจารณาอัตราส่วนของจำนวนชิ้นของขนมปังไส้ถั่วแดงกับขนมปังไส้ครีม ที่ขายได้ในช่วงเวลาสองวัน ดังนี้

วัน	เมื่อวาน	วันนี้	รวมสองวัน
อัตราส่วน	6 : 7	3 : 4	4 : 5

ถ้าขายขนมปังทั้งสองชนิดรวมกันสองวันได้ไม่ต่ำกว่า 70 ชิ้น แต่ไม่ถึง 100 ชิ้น

จงหาว่า ขายขนมปังทั้งสองชนิดรวมกันสองวันได้กี่ชิ้น

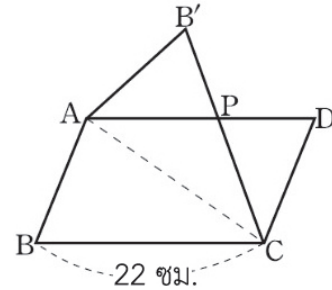
24. มีบัตรตัวเลขตั้งแต่ 1 ถึง 8 ตัวเลขละ 1 ใบ  
 สุ่มเลือกบัตร 3 ใบมาสร้างเป็นจำนวนที่มีสามหลัก  
 ถ้าโอกาสที่จำนวนที่มีสามหลักที่สร้างได้  
 จะเป็นพหุคูณของ 3 อยู่ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ  $\frac{n}{m}$   
 จงหาค่าของ  $m + n$

25. ‘ฟีเวอร์โนวา’ (Fevernova) เป็นลูกฟุตบอลที่ใช้ในการ  
 แข่งขันฟุตบอลโลกปี ค.ศ. 2002 ที่ได้จากการนำแผ่น  
 หนังรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า 12 ชิ้น มาเย็บติดกับ  
 แผ่นหนังรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า 20 ชิ้น แล้วจึง  
 เป่าลมเข้าไปให้พองเป็นลูกบอล  
 แผ่นหนังรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแต่ละชิ้น จะเย็บ  
 ติดกับแผ่นหนังรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า 5 ชิ้น และ  
 แผ่นหนังรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแต่ละชิ้น จะเย็บ  
 ติดกับแผ่นหนังรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า 3 ชิ้น



ให้  $m$  เป็นจำนวนเส้นที่ด้านขอบของแผ่นหนังมาต่อกัน  
 ให้  $n$  เป็นจำนวนตำแหน่งที่จุดมุมของแผ่นหนังมาต่อกัน  
 จงหาค่าของ  $m + n$

26. กำหนดรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD ที่มีด้าน BC ยาว  
 22 เซนติเมตร พับครึ่งรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน  
 ตามแนวเส้นทแยงมุม AC ทำให้  $\overline{BC}$  พับไปเป็น  $\overline{B'C}$   
 แล้วให้  $\overline{B'C}$  ตัด  $\overline{AD}$  ที่จุด P ดังรูป



ถ้า  $\triangle PCD$  มีพื้นที่เป็น  $\frac{2}{11}$  เท่าของ  $\square ABCD$   
 จงหาว่า ส่วนของเส้นตรง PC ยาวกี่เซนติเมตร

27. ในการประชุมครั้งหนึ่งที่มีผู้เข้าร่วมประชุม 997 คน  
 ได้ลงคะแนนรอบแรก เพื่อเลือกตัวแทน 3 คนจากผู้เข้า  
 ร่วมประชุม 997 คนก่อน จากนั้นจึงลงคะแนนรอบที่ 2  
 เพื่อเลือกประธานหนึ่งคนจากตัวแทน 3 คนนั้น  
 ให้  $p$  เป็นคะแนนขั้นต่ำในการลงคะแนนรอบแรก  
 ที่ทำให้มั่นใจได้ว่าผู้ที่ได้  $p$  คะแนน จะได้เป็นตัวแทน  
 ให้  $q$  เป็นคะแนนขั้นต่ำในการลงคะแนนรอบที่ 2  
 ที่ทำให้ผู้ที่ได้  $q$  คะแนน มีโอกาสเป็นประธาน

จงหาค่าของ  $p + q$

(ในการลงคะแนนแต่ละรอบ แต่ละคนใน 997 คน  
 ต้องลงคะแนนคนละ 1 คะแนนให้กับใครคนใดคนหนึ่ง  
 โดยไม่มีการงดลงคะแนน ไม่มีการลงคะแนนที่เป็นโมฆะ  
 และไม่เกิดกรณีที่ซ้ำขาดผลการเลือกตั้งไม่ได้)

28. พีทาโกรัส ผู้เป็นทั้งนักปรัชญาและนักคณิตศาสตร์พบว่าเสียงประสานที่ฟังแล้วไพเราะเสนาะหู จะเกิดจากการติดสายชนิดเดียวกันสองเส้นที่มีความตึงสายเท่ากัน และมีอัตราส่วนของความยาวอยู่ในรูปเศษส่วนง่าย ๆ

บันไดเสียงปกติประกอบด้วยตัวโน้ต 7 ตัว ได้แก่ 'โด เร มี ฟา ซอล ลา ที' วนซ้ำกันเป็นชุด ๆ โดยไล่เสียงสูงขึ้น จากซ้ายไปขวา



เสียงประสาน เกิดจากการเล่นตัวโน้ต 2 ตัวขึ้นไป ที่ให้เสียงไพเราะเสนาะหู เช่น

เสียง 'โด' และ 'โดสูง' หรือที่เรียกว่า *เสียงคู่แปด* (โน้ตตัวที่ 1 และ 8 บนบันไดเสียง)

เสียง 'โด' และ 'ซอล' หรือที่เรียกว่า *เสียงคู่ห้า* (โน้ตตัวที่ 1 และ 5 บนบันไดเสียง)

ซึ่งเสียงคู่แปดและเสียงคู่ห้า ถือเป็นเสียงประสานที่เหมาะสมกับหูมนุษย์ทั่วไป

พีทาโกรัสพบว่า

สายสองเส้นที่มีอัตราส่วนความยาว 2 : 1 จะให้เสียงคู่แปด

สายสองเส้นที่มีอัตราส่วนความยาว 3 : 2 จะให้เสียงคู่ห้า

(สายที่สั้นกว่า จะให้เสียงที่สูงกว่า)

จึงได้ใช้อัตราส่วนทั้งสองในการคำนวณบันไดเสียง

ถ้าสายที่ให้เสียง 'โด' ยาว 1 หน่วย

และสายที่ให้เสียง 'ที' มีความยาวในรูปเศษส่วน

อย่างต่ำเป็น  $\frac{a}{b}$  หน่วย

จงหาค่าของ  $\Delta + \square$

29. ในการวิจัยผลิตรถยนต์แก๊วแตกยาก นักวิจัยจะทำการทดลองในอาคารที่สูง 11 ชั้น เพื่อหาชั้นที่สูงที่สุดซึ่งเมื่อปล่อยให้แก๊วตกลงมา แล้วแก๊วจะไม่แตก นักวิจัยต้องการออกแบบการทดลอง โดยการลองปล่อยให้แก๊วจากชั้นต่าง ๆ ให้น้อยชั้นที่สุด เพื่อให้มั่นใจว่าจะพบข้อสรุปครอบคลุมในทุกกรณีที่เป็นไปได้
- จงหาว่า ต้องออกแบบให้ลองปล่อยแก๊วจากชั้นต่าง ๆ ไม่เกินกี่ชั้น

30. ชาลี ผน เกด และแพร ต่างมีจำนวนนำโชคคนละหนึ่งจำนวนที่ไม่ซ้ำกัน โดยแต่ละคนได้ทายจำนวนนำโชคของเพื่อนสองคนไว้ดังนี้

เกต: จำนวนนำโชคของชาลี คือ 74 และของผน คือ 47

แพร: จำนวนนำโชคของเกต คือ 63 และของผน คือ 74

ชาลี: จำนวนนำโชคของแพร คือ 74 และของเกต คือ 47

ผน: จำนวนนำโชคของแพร คือ 63 และของชาลี คือ 12

ถ้าแต่ละคนทายจำนวนนำโชคได้ถูกเพียงตัวเดียวเท่านั้น จงหาผลบวกของจำนวนนำโชคของผนและของเกต