



เฉลยแบบทดสอบ ประจำปี 2559

Thailand Educational Development and Evaluation Tests
สอบประเมินและพัฒนาสู่ความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ
1	2	16	2
2	1	17	4
3	50	18	946
4	105	19	27
5	232	20	9
6	155	21	191
7	18	22	240
8	18	23	19
9	7	24	5
10	65	25	3
11	144	26	5
12	3	27	2
13	36	28	5
14	19	29	11
15	10	30	12

คำอธิบาย

- มีจำนวนอตรรกยะอยู่ 2 จำนวน ได้แก่ $\sqrt{90}$ กับ $1 + \sqrt{3}$
- $b + c = (b - a) + (a + c) = 3 + (-4) = -1$
 $\therefore \sqrt{(b+c)^2} = \sqrt{(-1)^2} = 1$
- ให้สวนดอกไม้มีด้านกว้าง x เมตร และด้านยาว $x + 15$ เมตร จึงมีความยาวรอบรูป $4x + 30$ เมตร จะได้ว่า $80 \leq 4x \leq 120$ ดังนั้น $20 \leq x \leq 30$ นั่นคือ $a = 20$ และ $b = 30$
 $\therefore a + b = 50$
- โดยมุมแย้งที่จุดยอดของ $\angle D$ จะได้ว่า
 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 180^\circ$
 $\therefore \angle B + \angle C + \angle D = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$
- $(2 \times \text{พื้นที่ด้านหน้า}) + \text{พื้นที่ด้านข้าง}$
 $= 72 + 160$
 $= 232$ ตารางเมตร
- เมื่อเทียบกับครอบครัวของลาเต้ ครอบครัวของแซมมีผู้ใหญ่เพิ่มขึ้น 1 คน และมีเด็กเพิ่มขึ้น 1 คน
 \therefore บัตรผู้ใหญ่ 1 ใบ และบัตรเด็ก 1 ใบ
จึงมีราคารวมกันเท่ากับ $345 - 190 = 155$ บาท
- เนื่องจาก $3^2 + 5^2 = 4^2 + x^2$
 $\therefore x^2 = 18$
- ผลบวกของทุกจำนวนในตารางเท่ากับผลบวกของทุกแนวนอน และเท่ากับผลบวกของทุกแนวตั้ง
ดังนั้น $13 + 15 + 11 + 19 = 17 + 10 + A + 13$
 $\therefore A = 18$
- จากกราฟ นักเรียนที่ได้คะแนนสอบในช่วงดังกล่าว เป็นชาย 12 คน และเป็นหญิง 8 คน
จึงมีอัตราส่วนอย่างต่ำเป็น 3 : 2
นั่นคือ $a = 3$ และ $b = 2$
 $\therefore a + 2b = 7$
- จากกราฟ นักเรียนที่ต้องสอบใหม่เป็นชาย 14 คน
ซึ่งคิดเป็น $\frac{14}{40} \times 100\% = 35\%$
และเป็นหญิง 12 คน ซึ่งคิดเป็น $\frac{12}{40} \times 100\% = 30\%$
ดังนั้น $a = 35$ และ $b = 30$
 $\therefore a + b = 65$
- บริเวณในการปิดของที่ปิดน้ำฝนหนึ่งข้างมีระยะทางในแนวนอนเท่ากับ $60\sqrt{2}$ เซนติเมตร
เมื่อนำบริเวณส่วนโค้งด้านบนมาเติมลงในบริเวณส่วนโค้งด้านล่าง จะได้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากพอดี
ซึ่งมีพื้นที่เท่ากับ $60 \times 60\sqrt{2} = 3600\sqrt{2}$ ตารางเมตร
ดังนั้น $a = 3600$ และ $b = 2$
 $\therefore \frac{ab^2}{100} = 144$

12. ให้ฐานของถังทรงกระบอก (และภาชนะครึ่งทรงกลม) มีความยาวรัศมี r หน่วย
ถังทรงกระบอกมีปริมาตร $\pi r^2 \times 2r = 2\pi r^3$ ลูกบาศก์หน่วย
ภาชนะครึ่งทรงกลมมีปริมาตร $\frac{2}{3}\pi r^3$ ลูกบาศก์หน่วย
 \therefore ต้องตัก 3 ครั้ง ทราวจึงจะเต็มถึง
13. □BCED มีพื้นที่ $3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 18$ ตารางเซนติเมตร
 \therefore ทรงแปดหน้า ABCDEF มีปริมาตร $\frac{1}{3} \times 18 \times 6 = 36$ ลูกบาศก์เซนติเมตร
14. นาฬิกา 0 ถึง 9 จะได้ยินเสียงประทัดทุกนาฬิกาที่รวม 10 ครั้ง
นาฬิกา 10 ถึง 18 จะได้ยินเสียงประทัดที่นาฬิกา 10, 12, 14, 15, 16, 18 รวม 6 ครั้ง
นาฬิกา 19 ถึง 27 จะได้ยินเสียงประทัดที่นาฬิกา 21, 24, 27 รวม 3 ครั้ง
 \therefore จะได้ยินเสียงประทัดทั้งหมด $10 + 6 + 3 = 19$ ครั้ง
15. ให้ปริมาณงานทั้งหมดเป็น 1 และให้ปริมาณงานที่พี่และน้องทำได้ใน 1 วัน เป็น x และ y ตามลำดับ
ดังนั้น $6x + 6y = 1$ และ $4x + 9y = 1$
ซึ่งเมื่อแก้ระบบสมการ
จะได้ว่า $x = \frac{1}{10}$ และ $y = \frac{1}{15}$
 \therefore ถ้าพี่ทำงานคนเดียว ต้องใช้เวลา 10 วันงานจึงจะเสร็จ

16. ข้อ ② ไม่จริงสำหรับตัวอย่างรูปสามเหลี่ยมซึ่ง $a = 2, b = 3$ และ $c = 2$
17. รูปคลื่นในข้อ ①, ②, ③ และ ⑤ เป็นรูปคลื่นของทรงแปดหน้าที่มีหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า แต่รูปคลื่นในข้อ ④ ไม่สามารถสร้างเป็นทรงแปดหน้าได้เหมือนข้ออื่น
18. ฝาปิดครึ่งทรงกลมมีปริมาตร $\frac{2}{3}\pi \times 5^3$ ซึ่งเท่ากับ 250 ลูกบาศก์เซนติเมตร เมื่อแทนค่า π ด้วย 3
ตัวแก้วที่เป็นกรวยยอดตัดจึงมีปริมาตร $1000 - 250 = 750$ ลูกบาศก์เซนติเมตร
ถ้าเติมส่วนของกรวยที่ตัดออกไปจากกันแก้วกลับมาและให้ส่วนกรวยที่เติมมาสูง $3h$
จะได้ว่า กรวยรูปใหญ่สูง $5h$
จะได้ว่า $\frac{1}{3}\{(\pi \times 5^2 \times 5h) - (\pi \times 3^2 \times 3h)\} = 750$
เมื่อแทนค่า π ด้วย 3 จะได้ h เป็น $\frac{750}{98}$ เซนติเมตร
เนื่องจากตัวแก้วที่เป็นกรวยยอดตัดสูง $2h$
แก้วรวมฝาปิดจึงมีความสูง $5 + (2 \times \frac{750}{98}) = \frac{995}{49}$ เซนติเมตร
ดังนั้น $a = 995$ และ $b = 49$
 $\therefore a - b = 946$

19. แบบรูปของเม็ดหมากล้อมจะเป็น สีดำ 3 เม็ด สีขาว 2 เม็ด สีดำ 3 เม็ด สีขาว 1 เม็ด ไปเรื่อย ๆ เม็ดหมากล้อมเม็ดที่ 199 ถึงเม็ดที่ 243 รวม 45 เม็ด จะมีสีดำอยู่ $\frac{6}{9} \times 45 = 30$ เม็ด แต่เม็ดหมากล้อมเม็ดที่ 199 เป็นเม็ดหมากล้อมสีดำ และเนื่องจาก $241 = (26 \times 9) + 7$ เม็ดหมากล้อมเม็ดที่ 241 ถึงเม็ดที่ 243 จึงมีสีเหมือนเม็ดที่ 7 ถึงเม็ดที่ 9 ซึ่งมีสีเป็น ดำ, ดำ, ขาว ตามลำดับ \therefore เม็ดหมากล้อมเม็ดที่ 200 ถึงเม็ดที่ 240 จึงมีสีดำอยู่ $30 - 3 = 27$ เม็ด

20. ให้ a, b, c, d, e, f เป็นจำนวนที่จุด A, B, C, D, E, F ตามลำดับ

$$\text{จะได้ว่า } \begin{cases} 3d = a + e + f \\ 3e = b + f + d \\ 3f = c + d + e \end{cases}$$

เมื่อบวกสมการทั้งสามเข้าด้วยกัน จะได้ว่า $3(d + e + f) = (a + b + c) + 2(d + e + f)$ นั่นคือ $d + e + f = a + b + c$ จึงสรุปได้ว่า $y = x$

$$\therefore \frac{2x^2 + 4xy + 3y^2}{3x^2 - 4xy + 2y^2} = \frac{2+4+3}{3-4+2} = 9$$

21. แบ่งหน้าปัดนาฬิกาเป็น 12 ช่องเท่า ๆ กัน ในเวลา 60 นาที เข็มยาวจะเดินมากกว่าเข็มสั้นอยู่ 11 ช่อง ที่เวลา 15 : 00 น. เข็มยาวอยู่หลังเข็มสั้น 3 ช่อง จึงใช้เวลาอีก $\frac{3}{11} \times 60 = \frac{180}{11}$ นาที เข็มจึงทับซ้อนกัน ดังนั้น $A = 11$ และ $B = 180 \therefore A + B = 191$

22. รถยนต์ที่วิ่งออกทางประตู B มี 128 คัน รถยนต์ที่วิ่งออกทางประตู C มี 144 คัน \therefore รถยนต์ที่วิ่งออกทางประตู D มี $512 - (128 + 144) = 240$ คัน

23. เนื่องจากเกมนี้ต้องเล่นพร้อมกันครั้งละ 4 คน จำนวนครั้งที่เด็กแต่ละคนเล่นเกมจึงมีผลบวกเป็น พหุคูณของ 4 เนื่องจาก A ได้เล่นเกมนี้มากที่สุดเพียงคนเดียว ซึ่งเท่ากับ 8 ครั้ง และ B ได้เล่นเกมนี้น้อยครั้งที่สุดเพียงคนเดียวซึ่งเท่ากับ 5 ครั้ง แสดงว่า C, D และ E ได้เล่นคนละ 6 หรือ 7 ครั้ง ผลบวกของจำนวนครั้งที่เด็กแต่ละคนเล่นเกมที่เป็นไปได้ จึงต้องเป็น $8 + 5 + 6 + 6 + 7 = 32$ \therefore ผลบวกของจำนวนครั้งที่ C, D และ E เล่นเกมคือ $6 + 6 + 7 = 19$ ครั้ง

24. ให้ระยะแต่ละช่องบนรูปรอยไถลเป็น 1 หน่วย จะได้ว่า รอย A ยาว $2\sqrt{2}$ หน่วย รอย B ยาว $\sqrt{5}$ หน่วย และ รอย C ยาวกว่า $2\sqrt{2}$ หน่วย

รอยไถล	ความยาว (d)	สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน (f)
A	$2\sqrt{2}$	0.64
B	$\sqrt{5}$	0.81
C	ยาวกว่า $2\sqrt{2}$	0.81

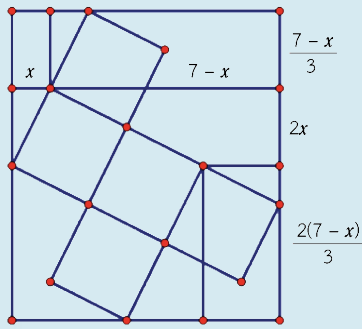
จาก $S^2 = k \times d \times f$ จึงสามารถเปรียบเทียบอัตราเร็ว S ที่รถยนต์แล่นมาได้จากค่าของผลคูณ $d \times f$ ค่า $d \times f$ ของรอยไถล C มีค่ามากที่สุด ค่า $d \times f$ ของรอยไถล A เป็น $\sqrt{8 \times 0.64^2} = \sqrt{3.2768}$ ค่า $d \times f$ ของรอยไถล B เป็น $\sqrt{5 \times 0.81^2} = \sqrt{3.2805}$ \therefore เรียงลำดับอัตราเร็วของรถยนต์ที่สร้างรอยไถลได้เป็น $C > B > A$

25. พืชชำเถาดกลางและเถาดใหญ่มีพื้นที่ 144π และ 324π ตารางเซนติเมตร ตามลำดับ
เมื่อคำนวณราคาต่อ 36π ตารางเซนติเมตร จะได้ดังนี้

หน้าพืชชำ	ราคาต่อ 36π ตารางเซนติเมตร	
	เถาดกลาง	เถาดใหญ่
ดัลเบิ้ลชีส	45	40
ดัลเบิ้ลชีสเบคอน	50	42.2
มันฝรั่ง	55	44.4
บาร์บีคิวไก่	60	46.7

∴ ข้อที่ไม่ถูกต้องคือ ข้อ ③

26. ลากเส้นเพิ่ม ดังรูป แล้วสังเกตว่า รูปสามเหลี่ยมที่เกิดขึ้นล้วนเป็น รูปสามเหลี่ยมคล้าย จึงสามารถคำนวณ



ความสัมพันธ์ของความยาวด้านต่าง ๆ ได้ดังแสดงในรูป

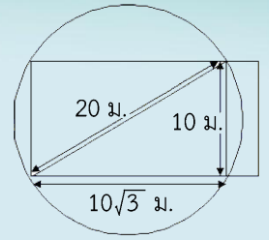
$$\text{เนื่องจาก } \frac{7-x}{3} + 2x + \frac{2(7-x)}{3} = 8$$

จึงได้ว่า $x = 1$

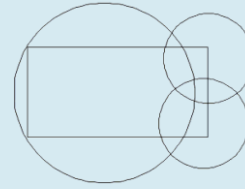
$$\therefore d^2 = x^2 + \left(\frac{7-x}{3}\right)^2 = 1^2 + 2^2 = 5$$

27. สมมุติว่า A พูดจริง แสดงว่า A ได้ที่ 1 และ C ได้ที่ 2
ฉะนั้น C มีอันดับดีกว่า D
คำสัมภาษณ์ของ C ว่า D ได้ที่ 2 จึงเป็นจริง
แต่เกิดข้อขัดแย้งกับที่ C ได้ที่ 2 อยู่แล้ว ∴ A พูดเท็จ
ดังนั้น C ได้ที่ 3 หรือที่ 4 และ A ได้อันดับแย่กว่า C
นั่นคือ A ได้ที่ 4 และ C ได้ที่ 3
C จึงมีอันดับแย่กว่า D คำสัมภาษณ์ของ C จึงเป็นเท็จ
ดังนั้น D ได้ที่ 1 จึงสรุปได้ว่า B ได้ที่ 2
∴ ข้อ ② ถูกต้อง

28. ถ้าติดตั้งกล้องวงจรปิดหนึ่งตัว
ที่สามารถบันทึกภาพได้
ในบริเวณวงกลมรัศมี 10 เมตร
จะได้พื้นที่ครอบคลุม ดังรูป



ทางขวา



จึงต้องติดตั้งกล้องวงจรปิด
ที่สามารถบันทึกภาพได้
ในบริเวณวงกลมรัศมี 5 เมตร
เพิ่มอีกสองตัว ดังรูปทางซ้าย

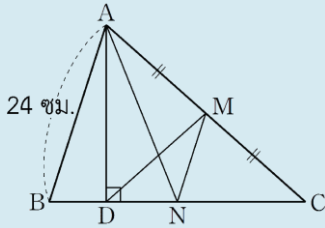
กล้องทั้งสามตัวมีราคาารวมกัน

$$30,000 + (2 \times 10,000) = 50,000 \text{ บาท}$$

∴ บริษัทต้องซื้อกล้องวงจรปิดเป็นราคาอย่างน้อยที่สุด
5 หมื่นบาท

29. แต่ละทีมได้ลงแข่งแล้ว 2 ครั้ง ฮังการีชนะ 1 ครั้ง
และออสเตรเลียแพ้ 1 ครั้ง โดยออสเตรเลียไม่มีประตู
ที่ยิงได้ แสดงว่าฮังการีชนะออสเตรเลีย 2 - 0
ฮังการีต้องเสมอ 1 - 1 กับไอซ์แลนด์
(ถ้าฮังการีเสมอกับโปรตุเกส จะไม่มีทีมที่เสมอกับ
ไอซ์แลนด์) ฉะนั้น ไอซ์แลนด์เสมอ 1 - 1 กับโปรตุเกส
และออสเตรเลียเสมอ 0 - 0 กับโปรตุเกส
จึงเหลือคู่ที่ยังไม่ได้ลงแข่งกันคือ ฮังการีกับโปรตุเกส
และ ไอซ์แลนด์กับออสเตรเลีย
∴ $ab + cd = (1 \times 3) + (2 \times 4) = 11$

30. ให้ M เป็นจุดกึ่งกลางของ \overline{AC} และสร้าง \overline{MN} และ \overline{DM} ดังรูป



จะได้ว่า $\overline{MN} \parallel \overline{AB}$ ทำให้ $\angle MNC = \angle ABC = 2\angle C$

พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ADC

เนื่องจาก M เป็นจุดกึ่งกลางของ \overline{AC}

จึงได้ว่า M เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมล้อมรอบ

$\triangle ADC$

ดังนั้น $MD = MC$ จึงได้ว่า $\angle MDC = \angle MCD = \angle C$

$$\angle DMN = \angle MNC - \angle MDC$$

$$= 2\angle C - \angle C$$

$$= \angle C = \angle MDN$$

$$\therefore DN = MN = \frac{1}{2} AB = 12 \text{ เซนติเมตร}$$