



เฉลยแบบทดสอบ ประจำปี 2559

Thailand Educational Development and Evaluation Tests
สอบประเมินและพัฒนาสู่ความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ
1	39	16	3
2	4	17	75
3	3	18	12
4	800	19	4
5	100	20	502
6	49	21	74
7	666	22	12
8	160	23	159
9	228	24	5
10	50	25	120
11	180	26	3
12	2	27	4
13	100	28	3
14	17	29	10
15	42	30	3

คำอธิบาย

- $$6.75 \odot \left(-\frac{3}{4}\right) = (6.75 - (-0.75)) \div (-0.75)$$

$$= -10$$

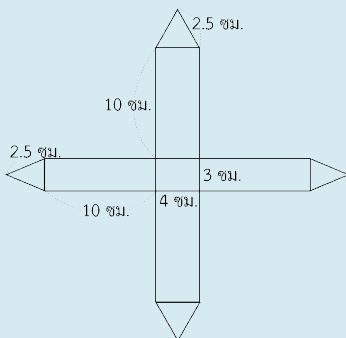
$$\therefore (-10) \odot (-0.25) = (-10 - (-0.25)) \div (-0.25)$$

$$= 39$$
- เนื่องจากจุด $P(a, b)$ อยู่ในจุดภาคที่ 4
จึงได้ว่า $a > 0$ และ $b < 0$
ดังนั้น $a - b > 0$ และ $ab + b < 0$
 \therefore จุด $Q(a - b, ab + b)$ อยู่ในจุดภาคที่ 4
- C ยาว $2.5 \times 6 = 15$ เมตร
D ยาว $0.3 \times 15 = 4.5$ เมตร
A ยาว $0.6 \times (15 + 4.5) = 11.7$ เมตร
B ยาว $(2 \times 11.7) - (2 \times 4.5) = 14.4$ เมตร
 \therefore เรียงลำดับความยาวของส่วนของเส้นตรงได้เป็น
 $C > B > A > D$
- แต่ละรอบที่ลูกกลิ้งหมุน จะทาสีเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
ที่กว้าง 10 เซนติเมตร และยาว 10π เซนติเมตร
เมื่อลูกกลิ้งหมุนไป 8 รอบ
จะทาสีได้พื้นที่ $8 \times 10 \times 10\pi = 800\pi$
 $\therefore a = 800$
- ให้ปริมาณเกลือเป็น 1 ส่วน จะมีน้ำอยู่เดิม 5 ส่วน
เมื่อน้ำระเหยไป 2 ส่วน จะเหลือน้ำอยู่ 3 ส่วน
 \therefore น้ำระเหยไป $\frac{2}{6} \times 300 = 100$ กรัม
- สมมติว่าส่วนที่ทับซ้อนกันมีพื้นที่ 6 ตารางหน่วย
จะได้ว่ารูปสามเหลี่ยม, วงกลม และรูปสี่เหลี่ยม
มีพื้นที่ 18, 21 และ 10 ตารางหน่วย ตามลำดับ
ซึ่งมีอัตราส่วนอย่างต่ำเป็น $18 : 21 : 10$
 $\therefore a + b + c = 18 + 21 + 10 = 49$
- จำนวนที่มีไม่เกินสามหลักที่สร้างได้จากเลขโดดทั้ง 4
จำนวนนี้จะมีอยู่ทั้งหมด $4 \times 4 \times 4 = 64$ จำนวน
 \therefore จำนวนในลำดับที่ 64 เป็นจำนวนที่มีสามหลัก
ที่มีค่ามากที่สุด ซึ่งคือ 666
- คะแนนเสียงของผู้สมัครคนที่หนึ่งต่อคนที่สองต่อ
คนที่สามเป็น $2 : 4 : 3$
 \therefore บริเวณที่แสดงคะแนนของผู้สมัครคนที่สองมีขนาด
ของมุมเท่ากับ $\frac{4}{2+4+3} \times 360^\circ = 160^\circ$
- ด้านในแนวนอนของทั้งสองรูปมีความยาวรวมกัน
เท่ากับ $4 \times 48 = 192$ เซนติเมตร
ด้านในแนวตั้งของทั้งสองรูปมีความยาวรวมกันเท่ากับ
 $2 \times (8 + 10) = 36$ เซนติเมตร
 \therefore ความยาวรอบรูปทั้งสองรูปรวมกันเท่ากับ
 $192 + 36 = 228$ เซนติเมตร
- ให้วัตถุนี้มีอุณหภูมิในหน่วยองศาเซลเซียสเป็น a
จะได้ว่าอุณหภูมิในหน่วยองศาฟาเรนไฮต์เป็น $5a$
ดังนั้น $a = \frac{5}{9}(5a - 32)$ นั่นคือ $a = 10$
 \therefore วัตถุนี้มีอุณหภูมิ 50 องศาฟาเรนไฮต์

11. รถไฟต้องวิ่งเป็นระยะทาง 57.3 กิโลเมตร จึงจะลอดผ่านอุโมงค์ ซึ่งใช้เวลา 1146 วินาที หรือ 19.1 นาที
 ∴ รถไฟแล่นด้วยอัตราเร็ว
 $57.3 \div 19.1 = 3$ กิโลเมตรต่อนาที หรือ
 180 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

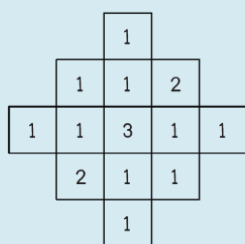
12. จากสิ่งที่โจทย์กำหนด จะได้ว่า B อยู่ชั้น 3 หรือชั้น 4 และ D อยู่ชั้น 4 หรือชั้น 5
 ∴ ข้อ (ข) เท่านั้นที่ถูกต้อง

13. เมื่อกรีดกล่องแล้วคลี่ออกให้มีความยาวรอบรูปมากที่สุด จะได้รูปคลี่ดังรูปด้านล่าง



ความยาวรอบรูปที่มากที่สุดคือ
 $(8 \times 10) + (8 \times 2.5) = 100$ เซนติเมตร

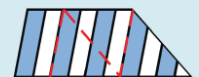
14. จำนวนลูกบาศก์ที่น้อยที่สุดที่วางซ้อนกันคือ 17 ลูก ดังตัวอย่างในรูปทางขวา



15. ในเวลา 60 นาที เข็มยาวจะหมุนไป 360° ดังนั้น เข็มยาวจะหมุนไป 6° ทุก 1 นาที จากเวลา 1 นาฬิกา 20 นาที เข็มยาวหมุนไปอีก 126° ใช้เวลา 21 นาที จึงเป็นเวลา 1 นาฬิกา 41 นาที
 ∴ $A + B = 1 + 41 = 42$

16. ให้ตัดพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม 1 รูป และรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 1 รูป ออกจาก a, b, c จะได้ว่า ส่วนที่เหลือของ a คือพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 1 รูป ส่วนที่เหลือของ b คือพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 1 รูป ส่วนที่เหลือของ c คือพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม 1 รูป
 ∴ $b > a > c$

17. แบ่งสนามหญ้าออกเป็น 4 ส่วน ที่มีพื้นที่เท่า ๆ กัน ดังรูปทางขวา แต่ละส่วนจึงมีพื้นที่ 40 ตารางเมตร



พิจารณาส่วนปลายทางซ้าย และอาศัยรูปสามเหลี่ยมคล้าย จะได้ว่าอัตราส่วนของพื้นที่ของแต่ละแถบเป็น $7 : 5 : 3 : 1$ ฉะนั้น แถบสีขาวมีพื้นที่ $\frac{5+1}{16} \times 40 = 15$ ตารางเมตร
 ∴ ส่วนที่ปลูกดอกไม้สีขาวมีพื้นที่รวมกัน

$$15 + \left(\frac{1}{2} \times 120\right) = 75 \text{ ตารางเมตร}$$

18. (1) ถ้าเลือกจอบที่นั่งติดกัน 3 ที่เป็น A(7, 8, 9) จะเลือกจอบที่นั่งติดกัน 2 ที่ได้ 6 แบบ คือ A(2, 3), B(3, 4), B(4, 5), B(9, 10), C(2, 3), C(6, 7)

(2) ถ้าเลือกจอบที่นั่งติดกัน 3 ที่เป็น B(3, 4, 5) จะเลือกจอบที่นั่งติดกัน 2 ที่ได้ 6 แบบ คือ A(2, 3), A(7, 8), A(8, 9), B(9, 10), C(2, 3), C(6, 7)

∴ สามารถจอบที่นั่งได้ทั้งหมด $6 + 6 = 12$ แบบ

19. ถ้ามีป้ายจราจรบนวงกลมด้านซ้ายจำนวน $5a$ ป้าย จะมีป้ายจราจรบนวงกลมด้านขวา $8a$ ป้าย พิจารณาที่จุดสัมผัสของวงกลมทั้งสอง ถ้าไม่มีป้ายจราจรที่จุดนี้ จำนวนป้ายจราจรทั้งหมดคือ $13a$ แต่ถ้ามีป้ายจราจรที่จุดนี้ จำนวนป้ายจราจรทั้งหมดคือ $13a - 1$

∴ ข้อ ④ จึงเป็นไปได้

20. เนื่องจาก $10 = 2 \times 5$ และในผลคูณ $1 \times 2 \times \dots \times 2016$ จะมีจำนวนตัวประกอบ 2 มากกว่าจำนวนตัวประกอบ 5 จึงหาค่า n ที่มากที่สุดได้จากจำนวนตัวประกอบ 5 ในผลคูณนี้ พิจารณาจำนวนนับตั้งแต่ 1 ถึง 2016

- ∴ $2016 \div 5 = 403.2$ จึงมีพหุคูณของ 5 อยู่ 403 จำนวน (มี 5 อยู่ 403 ตัวในผลคูณ)
- ∴ $2016 \div 25 = 80.64$ จึงมีพหุคูณของ 25 อยู่ 80 จำนวน (มี 5 เพิ่มอีก 80 ตัวในผลคูณ)
- ∴ $2016 \div 125 = 16.128$ จึงมีพหุคูณของ 125 อยู่ 16 จำนวน (มี 5 เพิ่มอีก 16 ตัวในผลคูณ)
- ∴ $2,016 \div 625 = 3.2256$ จึงมีพหุคูณของ 625 อยู่ 3 จำนวน (มี 5 เพิ่มอีก 3 ตัวในผลคูณ)

ดังนั้น มี 5 อยู่ทั้งหมด $403 + 80 + 16 + 3 = 502$ ตัว ในผลคูณ ∴ n ที่มากที่สุดคือ 502

21. เนื่องจากจำนวนสองหลักนี้ไม่เป็นจำนวนคี่และมีตัวประกอบทั้งหมด 4 จำนวน จำนวนนี้จึงอยู่ในรูป $2 \times p$ เมื่อ p เป็นจำนวนเฉพาะคี่

เนื่องจากผลบวกของเลขโดดในแต่ละหลักเป็นจำนวนเฉพาะที่มีสองหลัก จึงแยกกรณีได้ดังนี้

- ผลบวกเลขโดดเท่ากับ 11 จำนวนที่เป็นไปได้คือ 38 และ 74
- ผลบวกเลขโดดเท่ากับ 13 จำนวนที่เป็นไปได้คือ 58 และ 94
- ผลบวกเลขโดดเท่ากับ 17 ไม่มีจำนวนที่เป็นไปได้ เมื่อพิจารณาเงื่อนไขที่เหลือ พบว่าจำนวนที่เป็นไปได้คือ 74 เท่านั้น

22. ถ้าให้ตำแหน่งกึ่งกลางลู่วิ่งมีส่วนโค้งเป็นครึ่งวงกลมรัศมี r เมตร ตำแหน่งกึ่งกลางลู่วิ่งนอกสุดจะมีส่วนโค้งเป็นครึ่งวงกลมรัศมี $r + 6$ เมตร

ความยาวรอบสนามของลู่วิ่งนอกสุดจะยาวกว่าของลู่วิ่งในสุด $2\pi(r + 6) - 2\pi r = 12\pi$ เมตร

∴ $a = 12$

23. ให้ความสูงของนักเรียนทั้ง 4 คน เรียงตามลำดับความสูงจากมากไปน้อยเป็น a, b, c, d เซนติเมตร จะได้ว่า $a + b = 321, c + d = 313, a + c = 319, b + d = 315$ และ $b + c = 316$ หรือ 318
จาก $(a + b) - (a + c) = 321 - 319$
จะได้ว่า $b - c = 2$
- (1) ถ้า $b + c = 316$ จะได้ว่า $b = 159, c = 157$
(และ $a = 162, d = 156$)
- (2) ถ้า $b + c = 318$ จะได้ว่า $b = 160, c = 158$
(และ $a = 161, d = 155$)
- แต่นักเรียนที่สูงไม่ต่ำกว่า 160 เซนติเมตร มีเพียงคนเดียว จึงได้ว่า $b = 159$
∴ นักเรียนที่สูงเป็นลำดับที่สองมีความสูง 159 เซนติเมตร

24. รูป A มีพื้นที่
 $16 - \{4 \times (\frac{1}{2} \times 4 \times 4)\} = 8$ ตารางหน่วย
รูป B มีพื้นที่
 $12 - \{2 \times (\frac{1}{2} \times 1 \times 3)\} - (12 \times 2 \times 4) = 5$ ตารางหน่วย
รูป C มีพื้นที่
 $16 - \{2 \times (\frac{1}{2} \times 3 \times 3)\} - \{2 \times (\frac{1}{2} \times 1 \times 1)\}$
 $= 6$ ตารางหน่วย
เนื่องจาก $2 \times 8 = 6 + (2 \times 5)$
∴ ต้องแขวนรูป B ไว้ที่ตำแหน่ง Z และแขวนรูป C ไว้ที่ตำแหน่ง Y

25. จำนวนสามหลักที่มีเลขโดดในแต่ละหลักแตกต่างกันหมด มีอยู่ $10 \times 9 \times 8$ จำนวน
ถ้านำเลขโดด a, b, c ที่แตกต่างกันหมดมาสร้างเป็นจำนวนที่มีสามหลัก จะทำได้ 6 วิธี คือ
 $abc, acb, bac, bca, cab, cba$
ซึ่งใน 6 วิธีนี้ จะมีเพียงวิธีเดียวที่เลขโดดในแต่ละหลักมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่ออ่านจากซ้ายไปขวา จึงมีรหัสที่เป็นไปได้ทั้งหมด $\frac{1}{6} \times (10 \times 9 \times 8) = 120$ รหัส
∴ ในกรณีที่แย่ที่สุด จะต้องลองป้อนรหัสเท่ากับจำนวนรหัสที่เป็นไปได้ทั้งหมด ซึ่งคือ 120 ครั้ง
26. มุมรอบจุดที่เป็นจุดยอดร่วมกันของ $(3, 4, 5, 6)$ มีผลบวกเป็น $60^\circ + 90^\circ + 108^\circ + 120^\circ = 378^\circ$
จึงไม่สามารถสร้างเป็นทศเหลี่ยมได้
27. พื้นที่ของเซกเตอร์ของวงกลมเป็นสัดส่วนกับมุมที่จุดศูนย์กลาง
ให้ n เป็นจำนวนวงกลม ผลบวกของมุมที่จุดศูนย์กลางของบริเวณที่แรเงาคือ $(n - 2) \times 180^\circ$
ผลบวกของมุมที่จุดศูนย์กลางของบริเวณที่ไม่แรเงาคือ
 $(n \times 360^\circ) - \{(n - 2) \times 180^\circ\} = (n + 2) \times 180^\circ$
ดังนั้น ผลต่างของผลบวกทั้งสองค่านี้นี้คือ
 $\{(n + 2) \times 180^\circ\} - \{(n - 2) \times 180^\circ\} = 4 \times 180^\circ$
∴ ผลต่างของพื้นที่ของบริเวณที่ไม่แรเงากับบริเวณที่แรเงา ไม่ขึ้นกับจำนวนวงกลม

28.

บริษัท	คะแนนรวมตามวิธีที่ 1	คะแนนรวมตามวิธีที่ 2
A	23	8
B	22	9
C	21	7

∴ บริษัท C ได้คะแนนรบน้อยที่สุดจากการประเมินทั้งสองวิธี

29. เมื่อเพิ่มกำลังขยายของกล้องจุลทรรศน์ให้เป็น 4 เท่าของกำลังขยายเดิม

บริเวณที่มองเห็นได้ จะมีพื้นที่เหลือเพียง $\frac{1}{16}$ เท่าของบริเวณเดิม

∴ จะส่องเห็นเซลล์ประมาณ

$$160 \div 16 = 10 \text{ หมื่นเซลล์}$$

30. เดินทาง กรุงเทพฯ → นิวยอร์ก → ลอนดอน

ต้องใช้เวลาอยู่บนเครื่องบินรวม

$$\frac{8400 + 3600}{2400} = 5 \text{ ชั่วโมง}$$

ตั้งแต่ออกจากกรุงเทพฯจนถึงลอนดอน จึงใช้เวลา

รวมทั้งสิ้น 7 ชั่วโมง 30 นาที

แต่โซนเวลาที่ลอนดอนต่างจากโซนเวลาที่กรุงเทพฯ

อยู่ -6 ชั่วโมง

∴ ถ้าออกเดินทางเวลา 12 : 00 น. จะถึงลอนดอน

เวลา 13 : 30 น. ของวันเดียวกัน