



การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประจำปี 2556 (TME)
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ชื่อ - นามสกุล Name - Surname		โรงเรียน School	
----------------------------------	--	--------------------	--

คำสั่ง ข้อสอบมีทั้งหมด 6 หน้า จำนวน 30 ข้อ
 ให้เขียนตัวเลขและระบายคำตอบลงในกระดาษคำตอบ

Instruction : The exam contains 6 pages with 30 questions.
 For each answer, write the correct number down
AND fill in the bubble(s) on the answer sheet.

1. ถ้า $\sqrt{98} - \sqrt{50} + \sqrt{32} = a\sqrt{2}$ จงหาค่า a

1. If $\sqrt{98} - \sqrt{50} + \sqrt{32} = a\sqrt{2}$, then what should a be?

2. จงหาค่าของ a ที่ทำให้พหุนาม

$$2x^2 + (3a - 23)x - 15$$

มี $2x - 3$ เป็นตัวประกอบ

2. What value of a would make the polynomial

$$2x^2 + (3a - 23)x - 15$$

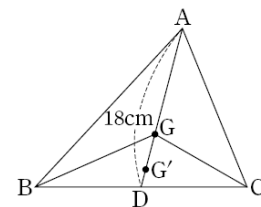
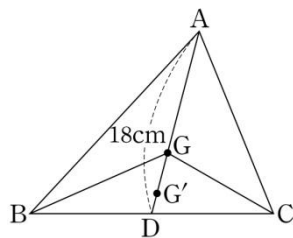
having $2x - 3$ as its factor?

3. เมื่อกระจาย $(3x + ay + 4)(2x - 4y - 9)$ สัมประสิทธิ์ของ xy คือ 4
 จงหาค่าของ a

3. When $(3x + ay + 4)(2x - 4y - 9)$ is expanded, the coefficient of xy is 4. Find the value of a.

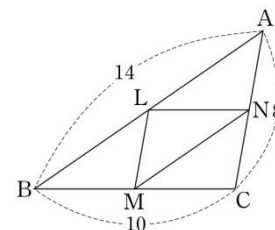
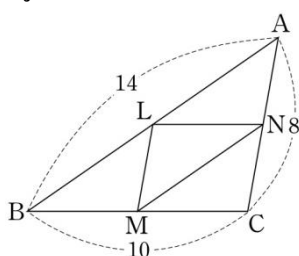
4. จากรูป \overline{AD} เป็นเส้นมัธยฐานของ $\triangle ABC$ จุด G และจุด G' เป็นจุดเซนทรอยด์ของ $\triangle ABC$ และ $\triangle GBC$ ตามลำดับ เมื่อ $\overline{AD} = 18$ cm จงหาว่า $\overline{GG'}$ มีความยาวกี่ cm

4. From the figure, \overline{AD} is the median of $\triangle ABC$, and points G and G' are the centroids of $\triangle ABC$ and $\triangle GBC$, respectively. If $\overline{AD} = 18$ cm, find the length of $\overline{GG'}$ in cm.



5. จุด L, M, N เป็นจุดกึ่งกลางของแต่ละด้านของ $\triangle ABC$ และ $\overline{AB} = 14$, $\overline{BC} = 10$, $\overline{CA} = 8$ ดังรูป

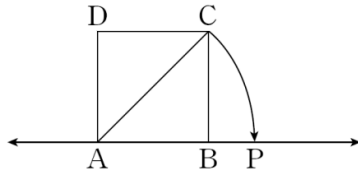
5. Points L, M, and N are the midpoints of each side of $\triangle ABC$ and $\overline{AB} = 14$, $\overline{BC} = 10$, $\overline{CA} = 8$, as shown.



จงหาความยาวรอบรูปของ $\triangle LMN$

Find the perimeter of $\triangle LMN$.

6. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD มีด้านแต่ละด้านยาว $\sqrt{8}$ และอยู่บนเส้นจำนวน ดังรูป ถ้า $\overline{AC} = \overline{AP}$ และจุด P เป็นจุดที่แทน 10 บนเส้นจำนวน แล้วจุด A จะเป็นจุดที่แทนจำนวนใดบนเส้นจำนวน



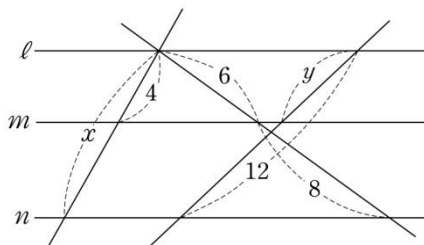
7. ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก F คล้ายกับทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก F' โดยมีอัตราส่วนของความยาวแต่ละด้านที่สมนัยกันเป็น 3 : 4 ถ้าทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก F มีปริมาตร 81 cm^3 จงหาว่าทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก F' มีปริมาตรกี่ cm^3

8. ถ้าพหุนามทั้งสามต่อไปนี้ มีตัวประกอบร่วมเป็นพหุนามดีกรีหนึ่ง จงหาค่าคงตัว a

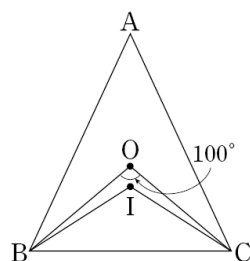
$$4x^2 + 4x - 3, 8x^2 + 2x - 3, 2x^2 + ax - 11$$

9. กำหนดให้ $x = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ และ $y = \sqrt{6} - \sqrt{2}$ จงหาค่าของ $x^2 - xy + y^2$

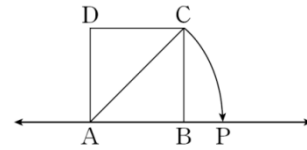
10. จากรูป กำหนดให้ $l \parallel m \parallel n$ จงหาค่า xy



11. จากรูป จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มี $\triangle ABC$ แนบใน และจุด I เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่แนบในของ $\triangle ABC$ เมื่อ $\angle BOC = 100^\circ$ จงหาว่าผลต่างของขนาดของ $\angle BIC$ กับ $\angle BAC$ เป็นกี่องศา



6. A square ABCD has the length of each side equal to $\sqrt{8}$ and lies on a number line, as shown. If $\overline{AC} = \overline{AP}$, and point P is the point representing 10 on the number line, then which number on the number line does point A represent?



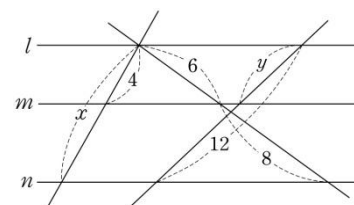
7. A rectangular prism F is similar to a rectangular prism F' with the ratio of the lengths of each pair of corresponding sides equal 3 : 4. If the rectangular prism F has the volume of 81 cm^3 , what would be the volume in cm^3 of the rectangular prism F'?

8. If the following three polynomials have a polynomial of degree one as their common factor, find the constant a.

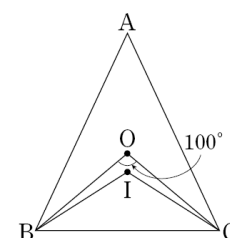
$$4x^2 + 4x - 3, 8x^2 + 2x - 3, 2x^2 + ax - 11$$

9. Given that $x = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ and $y = \sqrt{6} - \sqrt{2}$, find the value of $x^2 - xy + y^2$.

10. From the figure below, given that $l \parallel m \parallel n$, find the value of xy .



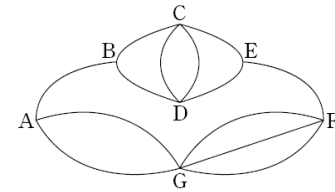
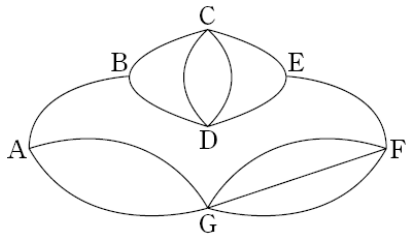
11. From the figure, point O is the circumcenter of $\triangle ABC$, whereas point I is the incenter of $\triangle ABC$. If $\angle BOC = 100^\circ$, what is the difference, in degrees, between the measures of $\angle BIC$ and $\angle BAC$?



12. ให้ a และ b เป็นจำนวนนับ ซึ่งแต่ละตัวหารด้วย 9 แล้วเหลือเศษ 5 จงหาว่าเมื่อหาร ab ด้วย 9 จะเหลือเศษเท่าใด

12. Given that a and b are counting numbers that leave a remainder of 5 when divided by 9; then, what would be the remainder when ab is divided by 9?

13. มีเส้นทางเดินรถระหว่างเมืองเจ็ดเมือง คือ A, B, C, D, E, F และ G ดังรูป



จงหาว่ามีวิธีการเดินรถจาก A ไป F ทั้งหมดกี่วิธี โดยต้องไม่ผ่านเมืองที่เคยผ่านแล้ว

How many ways to run a bus from A to F without having to pass any cities twice?

14. กำหนดให้ $5 + \sqrt{3} = a + c$ และ $\sqrt{6} = d + b$ เมื่อ a, d เป็นจำนวนเต็ม, $0 \leq b < 1$ และ $0 \leq c < 1$ จงหาค่าของ k ที่สอดคล้องกับ

14. Given that $5 + \sqrt{3} = a + c$ and $\sqrt{6} = d + b$; if a and d are integers, $0 \leq b < 1$, and $0 \leq c < 1$; find the value of k that satisfies

$$a\sqrt{3} - 3b\sqrt{2} = k\sqrt{2}$$

$$a\sqrt{3} - 3b\sqrt{2} = k\sqrt{2}$$

15. กำหนดให้ A และ B เป็นพหุนาม ซึ่ง

$$2A + 3B = 8x^2 + 7xy - 8y^2$$

$$A - B = -x^2 - 4xy + 6y^2$$

ถ้า $A + B = ax^2 + bxy - cy^2$ จงหาค่าของ $a + b + c$

15. Given that A and B are the polynomials where

$$2A + 3B = 8x^2 + 7xy - 8y^2$$

$$A - B = -x^2 - 4xy + 6y^2$$

if $A + B = ax^2 + bxy - cy^2$, find the value of $a + b + c$.

16. ตารางต่อไปนี้แสดงผลสำรวจหมู่เลือดของนักเรียน โรงเรียนหนึ่ง จำนวน 500 คน

หมู่เลือด	A	B	AB	O	รวม
จำนวนนักเรียน (คน)	a	125	b	90	500

จากนักเรียน 500 คน เมื่อสุ่มนักเรียนมา 1 คน พบว่าความน่าจะเป็นที่จะได้นักเรียนที่มีหมู่เลือด A เป็น 2 เท่าของความน่าจะเป็นที่จะได้นักเรียนที่มีหมู่เลือด AB จงหาว่านักเรียนที่มีหมู่เลือด AB มีทั้งหมดกี่คน

16. The following table shows the result from the survey on the blood types of 500 students in a school.

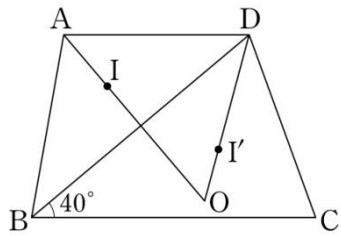
Blood Type	A	B	AB	O	Total
Number of students	a	125	b	90	500

From 500 students, if a student is to be picked randomly, then the probability of picking a student of A-type blood is twice of the probability of picking a student of AB-type blood. What is the total number of students having AB type blood?

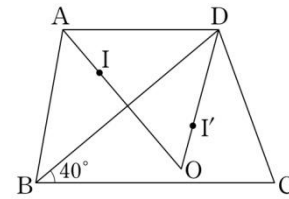
17. ถ้า $\sqrt{10} \approx 3.16$ และ $\frac{\sqrt{45}-\sqrt{20}}{\sqrt{2}} \approx k$ จงหาค่าของ $100k$

17. If $\sqrt{10} \approx 3.16$ and $\frac{\sqrt{45}-\sqrt{20}}{\sqrt{2}} \approx k$, find the value of $100k$.

18. จากรูป $\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{BD}=\overline{BC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\angle DBC = 40^\circ$
จุด I และ จุด I' เป็นจุดศูนย์กลางวงกลมแนบในของ $\triangle ABD$
และ $\triangle DBC$ ตามลำดับ จุด O เป็นจุดตัดของส่วนของเส้นตรง AI
และส่วนของเส้นตรง DI' ที่ต่อออกไป จงหาว่า $\angle AOD$ มีขนาด
กี่องศา



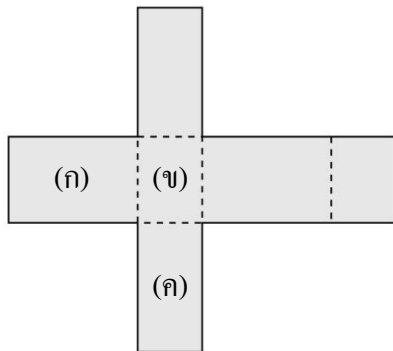
18. From the figure, $\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{BD}=\overline{BC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$,
and $\angle DBC = 40^\circ$. Point I and point I' are the incenters of
 $\triangle ABD$ and $\triangle DBC$, respectively, and point O is the
intersection point between extended line segment AI
and extended line segment DI'. Find the measure of $\angle AOD$
in degrees.



19. กำหนดให้ $x = 1 - \sqrt{3}$ และ $y = 1 + \sqrt{3}$ ถ้า $y = ax^2 + bx$
จงหาค่าของ $a^2 + b^2$ (เมื่อ a และ b เป็นจำนวนตรรกยะ)

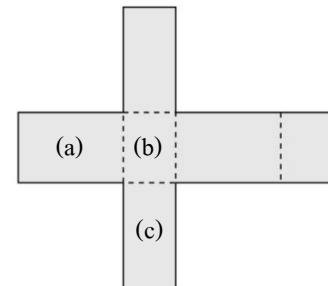
19. Given that $x = 1 - \sqrt{3}$ and $y = 1 + \sqrt{3}$, if $y = ax^2 + bx$,
find the value of $a^2 + b^2$ (a and b are rational numbers).

20. รูปต่อไปนี้ เป็นรูปคลี่ของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง



ถ้าพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม (ก), (ข), (ค) เท่ากับ 24, 12, 18 ตารางหน่วย
ตามลำดับ จงหาว่าทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่เกิดจากการประกอบ
รูปคลี่นี้มีปริมาตรกี่ลูกบาศก์หน่วย

20. The following figure is the net of a rectangular prism.

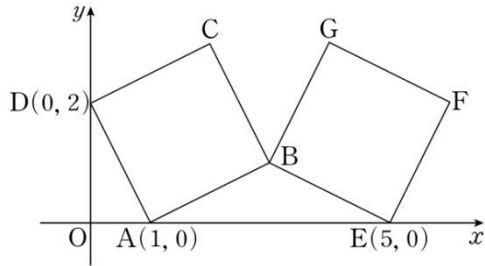


If the areas of the rectangles (a), (b), and (c) are 24, 12,
and 18 square units, respectively. Find the volume,
in cubic units, of the rectangular prism that is folded up
from this net.

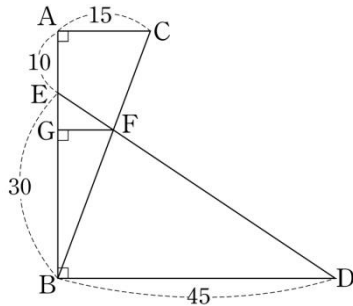
21. ตัดเชือกที่มีความยาว 12 cm ออกเป็น 2 ส่วน แล้วนำแต่ละส่วน
มาสร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ถ้ารูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูป
มีอัตราส่วนของพื้นที่เป็น 1 : 3 และรูปสามเหลี่ยมรูปใหญ่มีด้าน
แต่ละด้านยาว $(a + b\sqrt{3})$ cm จงหาค่าของ $a^2 + b^2$
(เมื่อ a และ b เป็นจำนวนตรรกยะ)

21. A rope of 12 cm in length is cut into 2 pieces. Each piece
is then used to construct an equilateral triangle. If the ratio
of the areas of these two triangles is equal to 1 : 3 and
the larger triangle has each side of length $(a + b\sqrt{3})$ cm,
then find the value of $a^2 + b^2$. (a and b are rational numbers)

22. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD และ BEFG ที่เท่ากันทุกประการอยู่บนระนาบพิกัดเดียวกัน ดังรูป กำหนดให้พิกัดของจุด A, D และ E เป็น (1, 0), (0, 2) และ (5, 0) ตามลำดับ ถ้าสมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด C และจุด F คือ $y = ax + b$ จงหาค่าของ $4(a + b)$



23. จากรูป $\angle A = \angle B = \angle G = 90^\circ$, $\overline{AC} = 15$, $\overline{AE} = 10$, $\overline{EB} = 30$ และ $\overline{BD} = 45$ จงหาความยาวของ \overline{GF}



24. พิจารณา 50 พหุนามต่อไปนี้
 $x^2 - x - 1, x^2 - x - 2, x^2 - x - 3, \dots, x^2 - x - 50$
 จงหาว่ามีทั้งหมดกี่พหุนามที่สามารถแยกตัวประกอบเป็นผลคูณของพหุนามดีกรีหนึ่งที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็มได้

25. จงหาค่าที่น้อยที่สุดของ $a + b$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนนับที่ทำให้พหุนาม $3x^2 - (a - 2)x + 7b$ เป็นกำลังสองสมบูรณ์

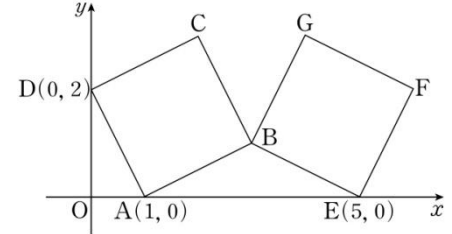
26. ถ้า $(x, y) = (\alpha, \beta)$ เป็นคำตอบของระบบสมการ

$$9x = ay - 81$$

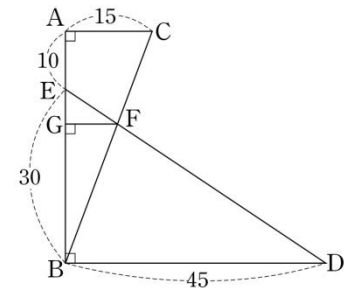
$$ax - y = a^3$$

เมื่อ $0 < a < 3$ จงหาค่าของ $\sqrt{\alpha + \frac{2}{3}\beta} + \sqrt{\alpha - \frac{2}{3}\beta}$

22. Two congruent squares ABCD and BEFG are on the same coordinate plane, as shown. Given that the coordinates of points A, D, and E are (1, 0), (0, 2), and (5, 0), respectively; if the equation of the line passing points C and F is $y = ax + b$; then find the value of $4(a + b)$.



23. From the figure, $\angle A = \angle B = \angle G = 90^\circ$, $\overline{AC} = 15$, $\overline{AE} = 10$, $\overline{EB} = 30$, and $\overline{BD} = 45$; find the length of \overline{GF} .



24. Consider the following 50 polynomials;
 $x^2 - x - 1, x^2 - x - 2, x^2 - x - 3, \dots, x^2 - x - 50$
 How many of these polynomials can be factorized into polynomials of degree one with integer coefficients?

25. Find the smallest value for $a + b$ if a and b are counting numbers that make the polynomial $3x^2 - (a - 2)x + 7b$ a perfect square.

26. If $(x, y) = (\alpha, \beta)$ is a solution of the following system of equations

$$9x = ay - 81$$

$$ax - y = a^3$$

where $0 < a < 3$, find the value of $\sqrt{\alpha + \frac{2}{3}\beta} + \sqrt{\alpha - \frac{2}{3}\beta}$

27. ถ้าสามารถแยกตัวประกอบของพหุนาม $4x^2 + 6x - y^2 + 12y - k$ เป็นผลคูณของพหุนามดีกรีหนึ่งที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม จงหาค่าของ $4k$ เมื่อ k เป็นค่าคงตัว

27. If the polynomial $4x^2 + 6x - y^2 + 12y - k$ can be factorized into the product of polynomials of order one with integer coefficients, find the value of $4k$ where k is a constant.

28. มีบัตร 100 ใบ ที่เขียนจำนวนนับตั้งแต่ 1 ถึง 100 บัตรละหนึ่งจำนวน ถ้า $\frac{q}{p}$ คือความน่าจะเป็นที่สุ่มบัตรมา 2 ใบ แล้วส่วนกลับของผลคูณของจำนวนบนบัตรทั้งสอง จะเป็นทศนิยมซ้ำศูนย์ จงหาค่าของ $p + q$ (เมื่อ $\frac{q}{p}$ เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ)

28. There are 100 cards that were written down with counting numbers from 1 to 100, one number on each card. If $\frac{q}{p}$ is the probability of picking 2 cards at random and the inverse of the product of the numbers on the cards is a decimal with repeating zeros, find the value of $p + q$.
(where $\frac{q}{p}$ is a fraction in the simplest form)

29. จงหาว่า $9 \times 11 \times 101 \times 10001 \times 100000001$ เป็นจำนวนนับกี่หลัก

29. How many digits are in the result of $9 \times 11 \times 101 \times 10001 \times 100000001$?

30. มีบัตร 10 ใบ ที่เขียนจำนวนนับตั้งแต่ 1 ถึง 10 บัตรละหนึ่งจำนวน ถ้า $\frac{q}{p}$ คือความน่าจะเป็นที่สุ่มบัตรมา 2 ใบ แล้วผลคูณของจำนวนทั้งสองจะมีตัวประกอบที่เป็นจำนวนนับทั้งหมด 4 ตัว จงหาค่าของ $p + q$ (เมื่อ $\frac{q}{p}$ เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ)

30. There are 10 cards that were written down with numbers from 1 to 10, one number on each card. If $\frac{q}{p}$ is the probability of picking 2 cards at random and the product of the numbers on the cards has 4 counting numbers as its factors, find the value of $p + q$.
(where $\frac{q}{p}$ is a fraction in the simplest form)