



การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประจำปี 2554 (TME)

| | | |
|----------------|----------|--|
| ชื่อ - นามสกุล | โรงเรียน | |
| | ชั้น | |

คำสั่ง ข้อสอบมีทั้งหมด 4 หน้า จำนวน 30 ข้อ
ให้เขียนตัวเลขและระบายคำตอบลงในกระดาษคำตอบ

ข้อ 1. กำหนด a เป็นจำนวนนับที่มีสองหลัก จงหาว่า a ทั้งหมด
กี่จำนวนที่ทำให้ $\frac{a}{52}$ เป็นจำนวนนับหรือเป็นทศนิยมซ้ำคู่ศูนย์

ข้อ 2. ถ้าแสดงทศนิยมซ้ำ $1.3777\dots$ ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ
จะได้ $\frac{m}{n}$ จงหาว่า $m+n$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ข้อ 3. ถ้า $a = -2, b = 5$

แล้ว $(6ab^2 + 3a^2b + 10ab) \times \frac{1}{2ab}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ข้อ 4. เมื่อ $x = a, y = b$ เป็นคำตอบของสมการทั้งสองสมการต่อไปนี้

$$4x - (x - 5y) = 2$$

$$3(x - 2y) - x + 3y = 14$$

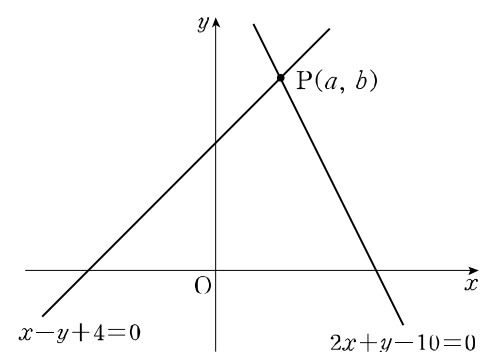
จงหาค่าของ $a + b$

ข้อ 5. ถ้า $a = 2b - 3$ และสามารถเขียน $-3a + 2b - 5$ ในรูป
 $pb + q$ แล้ว จงหาค่าของ $p + q$

ข้อ 6. มีคู่อันดับ (x, y) กี่คู่ ที่ x และ y เป็นจำนวนนับ และสอดคล้อง
กับสมการ $3x + 2y = 20$

ข้อ 7. ถ้าเส้นตรง $x + 3y + 12 = 0$ ตัดแกน x ที่จุด $(a, 0)$
และตัดแกน y ที่จุด $(0, b)$ แล้ว ab มีค่าเท่ากับเท่าใด

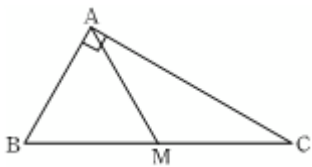
ข้อ 8. กำหนดให้เส้นตรง $x - y + 4 = 0$ ตัดกับเส้นตรง
 $2x + y - 10 = 0$ ที่จุด P ดังรูป
ถ้าพิกัดของจุด P คือ (a, b) แล้ว จงหาค่าของ $a + b$



ข้อ 9. จากข้อความต่อไปนี้ จงหาผลบวกของจำนวนที่อยู่ทางขวามือในข้อที่เป็นจริง

- (ก) ถ้า $x = 2$ แล้วจะได้ $x + 3 = 5$ 2
- (ข) พหุคูณของ 2 จะเป็นพหุคูณของ 4 ด้วย 4
- (ค) ถ้า $ac = bc$ แล้วจะสรุปได้ว่า $a = b$ 8
- (ง) ถ้า $ab = 0$ แล้วจะสรุปได้ว่า $a = 0$ และ $b = 0$... 16
- (จ) ถ้า a, b เป็นจำนวนคี่ แล้ว $a + b$ เป็นจำนวนคู่ 32

ข้อ 10. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ในรูป จุด M เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน BC และ $\hat{B} = 2\hat{C}$ จงหาว่า $\triangle AMC$ มีขนาดกี่องศา



ข้อ 11. ถ้า a, b เป็นเลขโดดที่สอดคล้องกับสมการ

$$0.\dot{a}b + 0.\dot{b}a = 0.\dot{3}$$

จงหาว่าผลคูณของ a และ b มีค่าเท่ากับเท่าใด

ข้อ 12. ถ้าเขียน $-\frac{2}{3}x^2y^3 \div -\frac{3}{4}xy^3 \times -\frac{9}{4}x^4y^5$

ได้ในรูป ax^by^c จงหาค่าของ $a + b + c$

ข้อ 13. กำหนดให้ $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ ($x \neq 0, y \neq 0$) และเมื่อแสดงค่าของ

$\frac{x^2}{x^2+y^2}$ ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำแล้วได้เป็น $\frac{n}{m}$ จงหาค่าของ $m + n$

ข้อ 14. ให้ a เป็นจำนวนจริง เมื่อปัดเศษ a ให้เป็นทศนิยมสามตำแหน่ง แล้วได้ผลลัพธ์เป็น 0.034

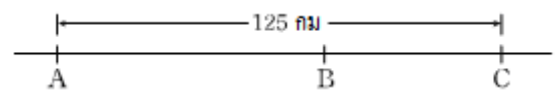
จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ แล้วจงหาผลบวกของจำนวนที่อยู่ทางขวามือในข้อที่ถูกต้อง

- (ก) ถ้าปัดเศษ $2a$ ให้เป็นทศนิยมสามตำแหน่งจะได้ 0.068 2
- (ข) แสดงผลลัพธ์จากการปัดเศษได้ในรูป 3.4×10^{-2} 4
- (ค) ค่าประจำหลักของทศนิยมตำแหน่งที่สามคือ 0.001 8
- (ง) ถ้าปัดเศษ a ให้เป็นทศนิยมสี่ตำแหน่งจะได้ 0.0340 16
- (จ) $0.0335 \leq a < 0.0345$ 32

ข้อ 15. ระยะทางระหว่างจุด A กับจุด C เท่ากับ 125 กิโลเมตร

โดยจุด B อยู่ระหว่างจุดทั้งสอง ถ้าการเดินทางจากจุด A ไปยังจุด B ด้วยอัตราเร็ว 30 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และจากจุด B ไปยังจุด C ด้วยอัตราเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ต้องใช้เวลารวม 3 ชั่วโมง 45 นาที

จงหาว่าระยะทางระหว่างจุด A กับจุด B เท่ากับกี่กิโลเมตร



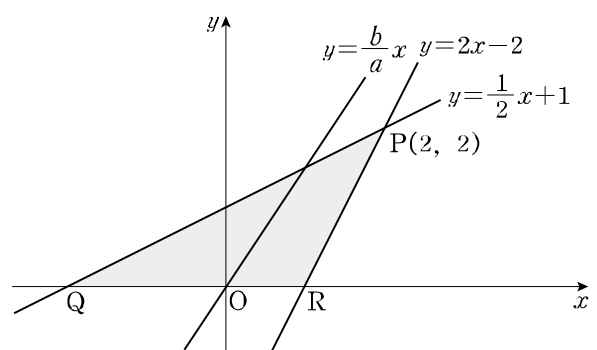
ข้อ 16. จงหาค่า a ที่มากที่สุดที่ทำให้ไม่มีจำนวนจริง x ซึ่งสอดคล้องกับสมการทั้งสองสมการต่อไปนี้

$$x - a \leq 1$$

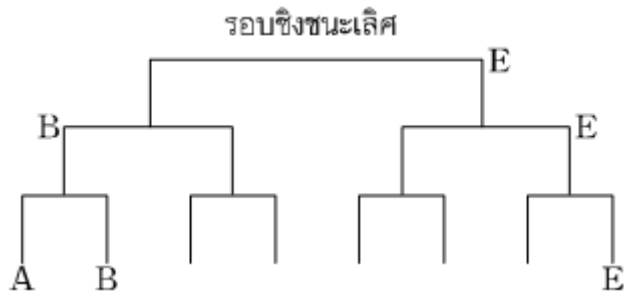
$$5x + 4 > 3(x + 4)$$

ข้อ 17. เส้นตรง $y = 2x - 2$ ตัดกับเส้นตรง $y = \frac{1}{2}x + 1$ ที่จุด P(2, 2)

ตั้งรูป ถ้าเส้นตรง $y = \frac{b}{a}x$ ($\frac{b}{a}$ อยู่ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ) ผ่านจุดกำเนิด และแบ่งรูปสามเหลี่ยม PQR ออกเป็นสองส่วนที่มีพื้นที่เท่ากัน จงหาว่า $a + b$ มีค่าเท่ากับเท่าใด



ข้อ 18. แผนภาพต่อไปนี้แสดงการจัดการแข่งขันป้องกันของนักเรียน 8 คน คือ A, B, C, D, E, F, G, H

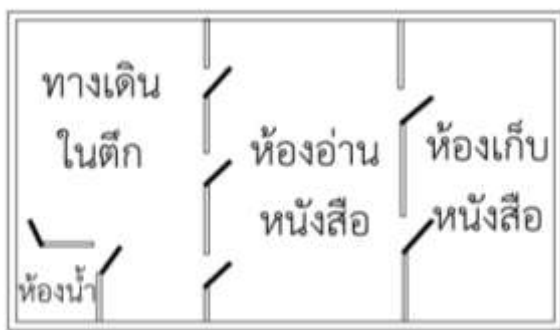


เมื่อสิ้นสุดการแข่งขัน พบว่า B ชนะ A แต่แพ้ C ผลการแข่งขันของ D คือชนะ 1 แพ้ 1 และ E เป็นผู้ชนะเลิศ

กำหนดให้นักเรียนทั้ง 8 คน คือ A ถึง H มีหมายเลขประจำตัวในการแข่งขันตั้งแต่ 1 ถึง 8 ตามลำดับ

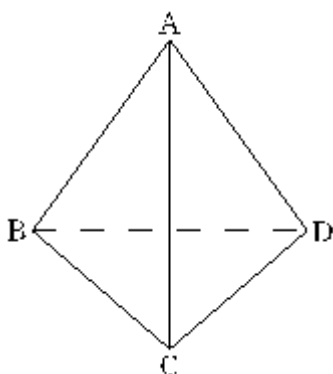
ถ้า E แข่งขันครั้งที่ 2 กับนักเรียนหมายเลข a และแข่งรอบชิงชนะเลิศกับนักเรียนหมายเลข b จงหาค่าของ $a + b$

ข้อ 19. รูปต่อไปนี้แสดงผังของห้องสมุดแห่งหนึ่ง ต้องการเดินจากห้องเก็บหนังสือไปห้องอ่านหนังสือ ผ่านทางเดินในตึก แล้วไปยังห้องน้ำ โดยต้องเดินผ่านประตูที่แสดงในรูป จะมีวิธีการเดินทั้งหมดกี่วิธี



ข้อ 20. กำหนดให้ ABCD เป็นพีระมิดฐานสามเหลี่ยม ดังรูป

จุด P จะเคลื่อนที่จากจุดยอดจุดหนึ่งไปยังจุดยอดที่อยู่ติดกันทุก ๆ 1 วินาที สมมติว่าจุด P เริ่มเคลื่อนที่จากจุด A หลังจากเวลาผ่านไป 3 วินาที จงหาว่ามีทั้งหมดกี่กรณีที่จุด P จะเคลื่อนที่ไปอยู่ที่จุด D (จุด P สามารถเคลื่อนที่ผ่านจุดที่เคยเคลื่อนที่ผ่านแล้วได้)

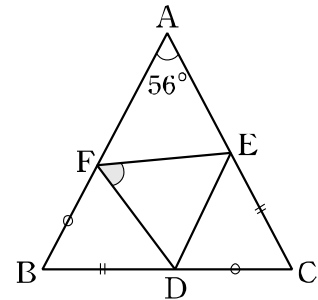


ข้อ 21. ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มี $AB = AC$ และให้ D เป็นจุดบนด้าน BC ดังรูป

E เป็นจุดบนด้าน AC ที่ทำให้ $BD = CE$

และ F เป็นจุดบนด้าน AB ที่ทำให้ $CD = BF$

ถ้า $\hat{A} = 56^\circ$ แล้ว จงหาขนาดของ \hat{DFE}



ข้อ 22. กำหนดให้ $x - 2y + z = 0$, $3x + 2y - 3z = 0$ และ $xyz \neq 0$

ถ้า $\frac{x}{2y+z} + \frac{y}{2z+x} + \frac{z}{2x+y}$ มีค่าเท่ากับ $\frac{b}{a}$ ($\frac{b}{a}$ อยู่ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ) แล้วจงหาว่า $a + b$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

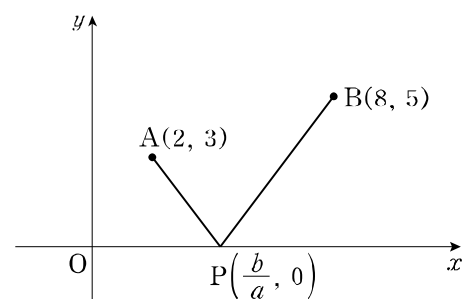
ข้อ 23. ต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านอยู่บนเส้นตรง 3 เส้นที่มี

สมการเป็น $x + 2y = 0$, $x + 3y = 5$, $2x + ay = 5$

จงหาผลบวกของค่า a ทั้งหมดที่ทำให้ไม่สามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมดังกล่าวได้

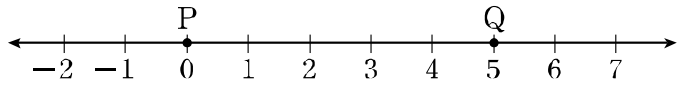
ข้อ 24. กำหนดจุด $A(2,3)$, $B(8,5)$ บนระบบพิกัดฉาก และจุด P อยู่บน

แกน x ดังรูป ถ้าพิกัดของจุด P ที่ทำให้ $AP + BP$ มีค่าน้อยที่สุดคือ $(\frac{b}{a}, 0)$ โดยที่ $\frac{b}{a}$ อยู่ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ จงหาว่า $a + b$ มีค่าเท่ากับเท่าใด



ข้อ 25. P เริ่มต้นอยู่ที่จุด 0 บนเส้นจำนวน ดังรูป

ถ้าโยนเหรียญแล้วขึ้นหัว P จะเคลื่อนที่ไปทางขวามือ 2 หน่วย
แต่ถ้าขึ้นก้อย P จะเคลื่อนที่ไปทางซ้ายมือ 3 หน่วย หลังจากโยน
เหรียญ 5 ครั้ง จงหาว่ามีทั้งหมดกี่กรณีที่ P จะเคลื่อนที่ไปอยู่ที่จุด Q



ข้อ 26. ในบรรดาจำนวนนับ $100^2, 101^2, 102^2, 103^2, \dots, 900^2$

จะมีทั้งหมดกี่จำนวนที่เป็นจำนวนกำลังสามสมบูรณ์ (จำนวนที่เขียน
ในรูป a^3 ได้)

ข้อ 27. กำหนดให้ a เป็นจำนวนเฉพาะ และ b เป็นจำนวนนับซึ่ง

$$b - 5a = 100 \text{ และให้ } n = \frac{b}{a} \left(\frac{b}{a} \text{ อยู่ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ} \right)$$

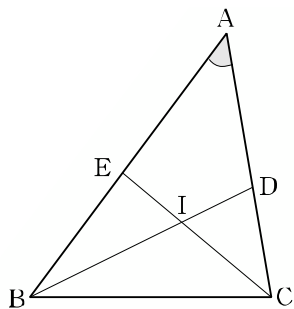
เมื่อปัดเศษ n ให้เป็นจำนวนเต็มแล้วได้ผลลัพธ์เท่ากับ 10

จงหาค่าของ $a + b$

ข้อ 28. จากรูป จุด I เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมแนบใน $\triangle ABC$

เส้นตรง BI ตัดด้าน AC ที่จุด D เส้นตรง CI ตัดด้าน AB ที่จุด E

ถ้า $\angle BDC + \angle BEC = 159^\circ$ แล้วจงหาขนาดของมุม A



ข้อ 29. เมื่อจัด $4 \times 5^{n-1} \times (2^{n-2} + 2^{n-1}) \times (3^n + 3^{n+2})$

ให้อยู่ในรูป $a \times b^n$ จงหาว่า $a + b$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ข้อ 30. ถนนทอดยาวเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรอบสระน้ำ และ
มีความยาวทั้งสิ้น 1.2 กิโลเมตร ดังรูป

ให้ A, B, C, D เป็นมุมถนน ทงอีและจังกึมเริ่มออกเดินทาง

พร้อมกันจากจุด A โดยทงอีเดินในทิศ $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$

และจังกึมเดินในทิศตรงกันข้าม ถ้าทั้งสองคนเดินมาพบกันเป็นครั้งที่

แรกบนด้าน CD ที่ตำแหน่งซึ่งห่างจากจุด C เป็นระยะ 105 เมตร

และพบกันเป็นครั้งที่สองบนด้าน AB ที่ตำแหน่งซึ่งห่างจากจุด B

เป็นระยะ 75 เมตร

นับตั้งแต่คนทั้งสองออกเดินทางจากจุด A จนกระทั่งเดินมาพบกัน

เป็นครั้งที่สาม ทงอีจะเดินมากกว่าจังกึมเป็นระยะทางกี่เมตร

(ทงอีและจังกึมจะหยุดพักที่จุดยอดแต่ละจุดเป็นเวลา 60 วินาที)

